Chapitre 7

Se repérer dans l'espace

I - Introduction (rappels)

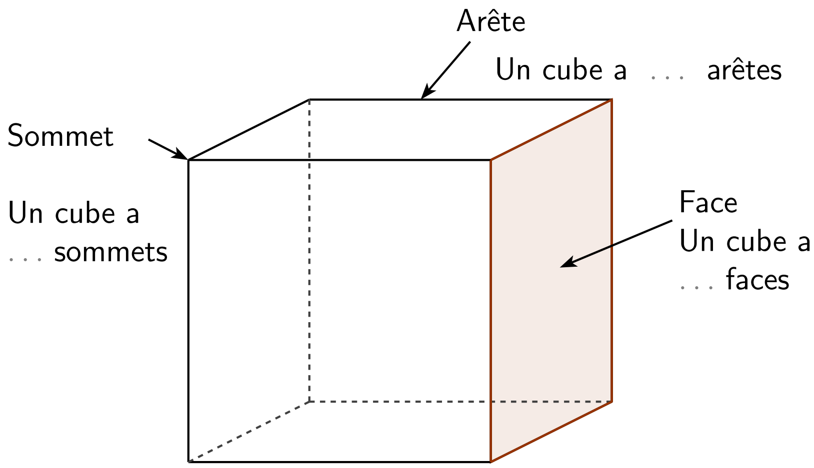
Définition

Un solide est un objet de l'espace.

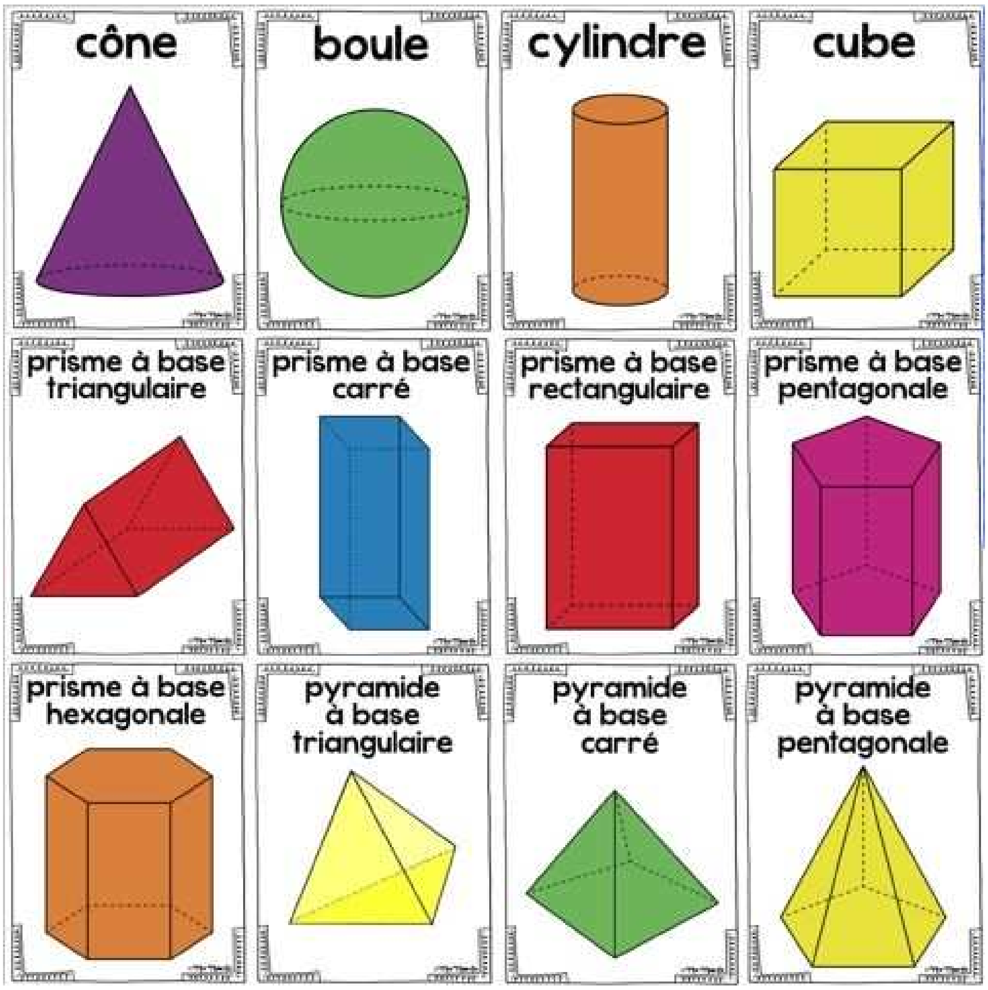
Le cube est un solide dont toutes les faces sont carrées.

Souvent, on appelle la face du "bas " la **base**.

Les faces "sur les côtés" sont les faces **latérales**.



Les faces sont souvent des **polygônes**. Les arêtes du solide correspondent aux côtés des faces.

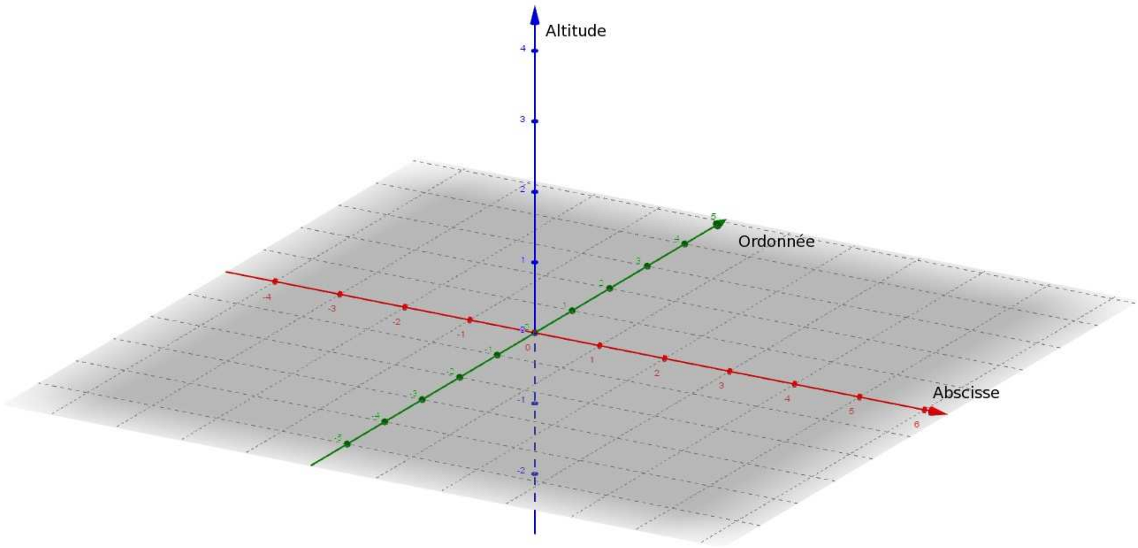


II - Repérage

Dans le plan (c'est à dire en géométrie classique en deux dimensions), il n'y a que deux axes : l'axe des **abscisses** (horizontal) et l'axe des **ordonnées** (vertical).

En géométrie dans l'espace, on doit ajouter un troisième axe : celui des **altitudes**.

Par exemple sur Geogebra, quand on ouvre le graphique 3D, l'axe des abscisses est en rouge, celui des ordonnées en vert et celui des altitudes en bleu.



Définition

Pour repérer un point en 3D, il faut **trois coordonnées** *: ces trois nombres indiquent de combien on se décale sur chaque axe en partant de l'origine (là où les axes se croisent).*

$$(x;y;z)$$

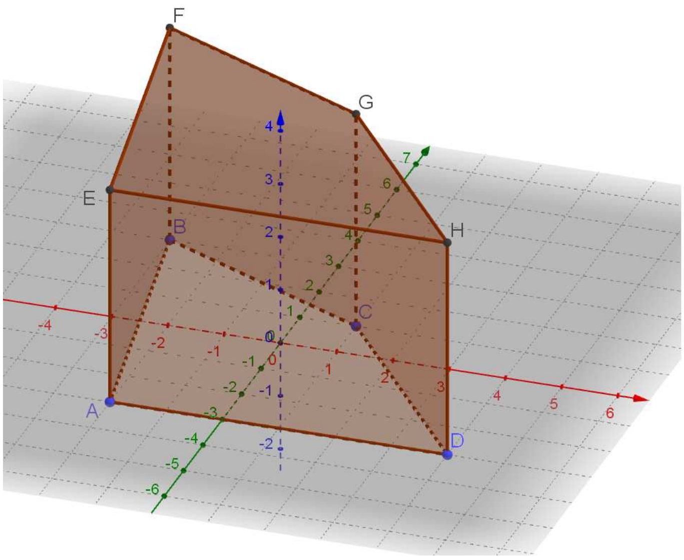
abscisse *ordonnée* *altitude*

Par exemple pour arriver au point A de coordonnées $(5;-3;4)$, je pars de l'origine, je me décale de 5 en direction de la flèche le long de l'axe des abscisses, puis de 3 dans le sens contraire de la flèche de façon parallèle à l'axe des ordonnées et enfin de 4 vers le haut.

Remarque

Les coordonnées de l'origine du repère sont $(0;0;0)$.

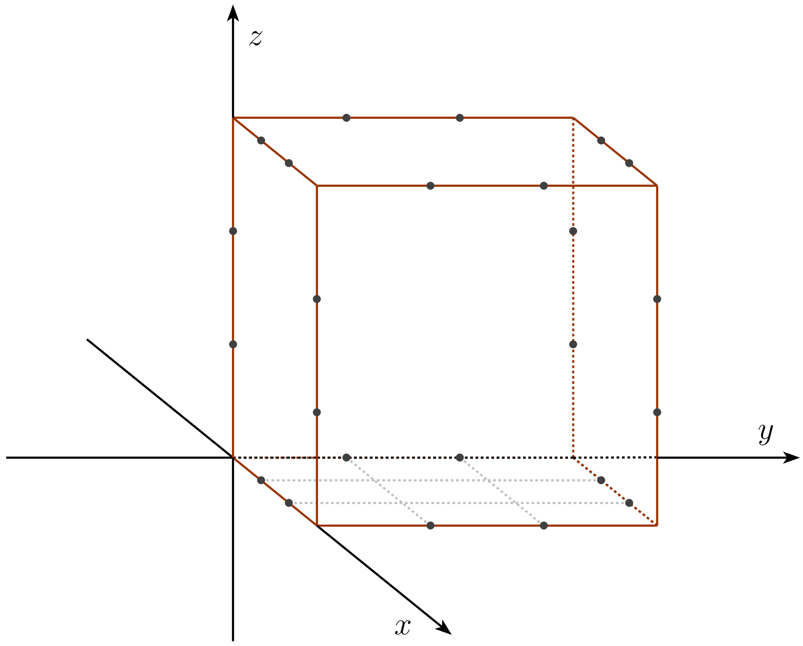
<u>Exercice 1</u> :



1. Comment s'appelle le solide représenté ci-contre ?
2. Le point A a pour coordonnées $(-2;-3;0)$ et le point $G(1;1;4)$. Sachant que toutes les arêtes latérales sont de la même longueur, trouvez les coordonnées de tous les autres sommets de ce solide.

Exercice 2 : Dans le repère ci-dessous, on a placé un cube de 3 graduations de côté. Ses arêtes sont sur les axes du repère. Placez les points :

- $O(0;0;0)$
- $B(1;2;0)$
- $D(0;0;3)$
- $F(1;2;3)$
- $A(1;0;0)$
- $C(0;2;0)$
- $E(0;2;3)$
- $G(1;0;3)$



Comment appelle-t-on le solide $OCBADEFG$ obtenu ?

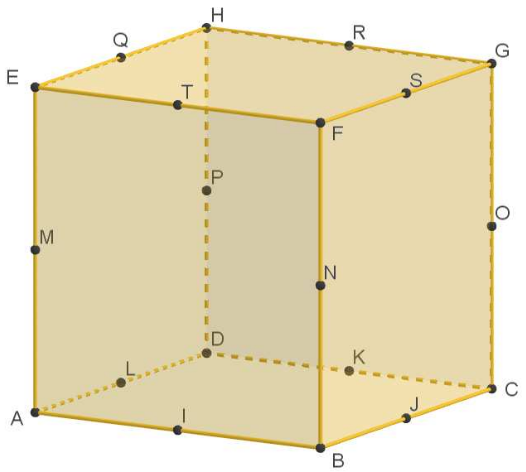
Notation

On désigne un repère de l'espace à l'aide de 4 points :

$$(O, I, J, K)$$

origine
point de coordonnées $(1;0;0)$
point de coordonnées $(0;1;0)$
point de coordonnées $(0;0;1)$

Exercice 3 :



Le solide $ABCDEFGH$ est un cube de côté 1. Les points sur les arêtes du cube sont les milieu des arêtes. Plaçons nous dans le repère (A, B, D, E).

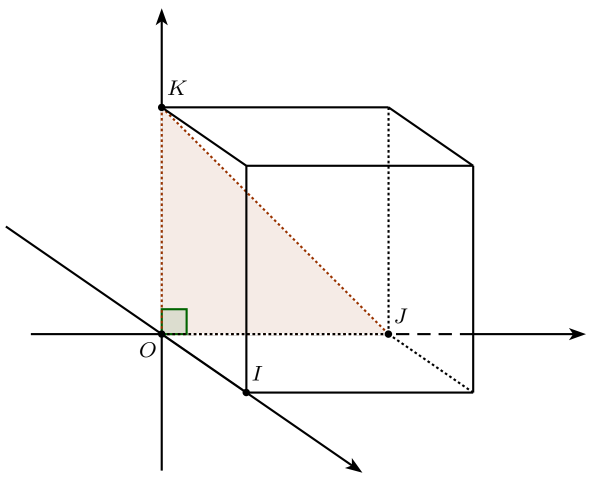
1. Quelles sont les coordonnées du point A, du point B, du point D et du point E ?
2. Quelles sont les coordonnées du point G ?
3. Quelles sont les coordonnées des points I, O et S ?
4. Placer le point U de coordonnées $\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.
5. Placer le point V de coordonnées $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Exercice 4 :

Un repère orthonormé est un repère dans lequel les axes sont perpendiculaires deux à deux. Dans le repère orthogonormé (O, I, J, K), calculer la longueur du segment $[KJ]$. Donner la réponse arrondie à 10^{-6}.

Indice : Dans le triangle OKJ,...

Correction :



Le triangle OKJ est rectangle en O car le repère est orthonormé. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$$OK^2 + OJ^2 = KJ^2$$

Les longueurs OK et OJ valent 1 car les points K et J sont au niveau de l'unité de chaque axe, donc l'égalité de Pythagore devient :

$KJ^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$

Pour avoir un arrondi de KJ, je tape $\sqrt{2}$ sur ma calculatrice :

$KJ \approx 1,414\,214$