

## Chapitre 13

**Fractions : on récapitule tout !****I - Définition****Définition**

Le nombre  $\frac{1}{3}$  est le nombre qu'il faut prendre 3 fois pour obtenir 1

Autrement dit :  $\frac{1}{3} \times 3 = 1$ .

Cette écriture des nombres permet d'écrire précisément des nombres qu'on ne pouvait pas écrire avant : par exemple  $\frac{1}{3}$  vaut 0,333333... avec une infinité de 3 derrière la virgule. On ne peut pas l'écrire sans l'arrondir avec l'écriture décimale.

**Exemple**

Trouver la valeur manquante :

$$5 \times \frac{1}{5} = 1$$

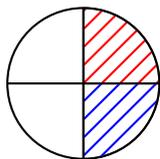
$$5 \times \frac{3}{5} = 3$$

$$7 \times \frac{6}{7} = 6$$

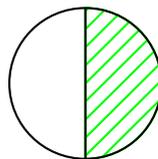
$$3 \times \frac{5}{3} = 5$$

**II - Simplifications**

On peut désigner une même quantité avec des fractions différentes :



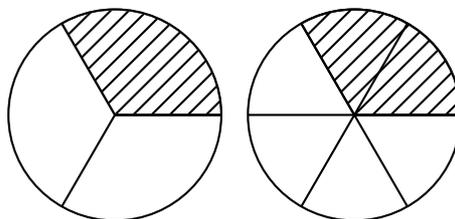
$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Quand on coupe en deux chaque "part", on multiplie par deux le nombre total de parts (donc le dénominateur).



$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

Ainsi, quand on multiplie le dénominateur et le numérateur par le même nombre, on ne change pas la valeur de la fraction :

$$\frac{5}{3} = \frac{5 \times 2}{3 \times 2} = \frac{10}{6} = \frac{5 \times 3}{3 \times 3} = \frac{15}{9}$$

Cette propriété permet de simplifier des fractions :

- $\frac{120}{144} = \frac{60 \times 2}{72 \times 2} = \frac{60}{72} = \frac{15 \times 4}{18 \times 4} = \frac{15}{18} = \frac{3 \times 5}{3 \times 6} = \frac{5}{6}$
- $\frac{472}{358} = \frac{236 \times 2}{179 \times 2} = \frac{236}{179}$

### Remarque

Une fraction a des nombres entiers au numérateur et au dénominateur. Si on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre mais qu'on trouve des valeurs décimales, on n'a plus une fraction, mais une **écriture fractionnaire**. Or, quand on vous demande de simplifier une fraction, il faut que la réponse soit une fraction.

### Exemple

$\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = \frac{0,5}{2}$  mais on laisse  $\frac{1}{4}$  comme résultat final car  $\frac{0,5}{2}$  n'est pas une fraction.

Il est utile pour simplifier des fractions de se souvenir des **critères de divisibilité** vus en 6<sup>ème</sup> :  
Un nombre est divisible par

- 2 s'il est pair (s'il finit par 0, 2, 4, 6 ou 8)
- 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3 (exemple : 687 est divisible par 3 car  $6 + 8 + 7 = 21$  et  $2 + 1 = 3$ )
- 4 si les deux derniers chiffres du nombre sont dans la table de 4 (exemple : 4654516 est divisible par 4 car 16 l'est)
- 5 s'il finit par un 0 ou un 5
- 9 si la somme de ses chiffres fait 9 (exemple 6687 est divisible par 9 car  $6 + 6 + 8 + 7 = 27$  et  $2 + 7 = 9$ )
- 10 s'il se termine par un zéro.

## III - Comparaison de fractions

Pour pouvoir comparer deux nombres qui sont sous forme de fractions, on ne peut comparer ce qui est comparable.

Si on veut comparer  $\frac{8}{9}$  et  $\frac{15}{18}$  : on sait que  $\frac{1}{9}$  est plus grand que  $\frac{1}{18}$ , mais comme il y a plus de dix-huitièmes de que neuvièmes, on ne peut pas conclure. Pour comparer, il faut soit qu'on ait le même nombre de parts (même numérateur), et alors il suffit de savoir quelle part est plus grande que l'autre, soit qu'on ait des parts de même taille (même dénominateur), et alors il suffit de regarder dans quel nombre il y a plus de parts.

Ici on s'aperçoit qu'il suffit de couper chaque neuvième en deux pour avoir des dix-huitièmes :  $\frac{8}{9} = \frac{16}{18}$ .

$16 > 15$  donc  $\frac{16}{18} > \frac{15}{18}$  et donc  $\frac{8}{9} > \frac{15}{18}$ .

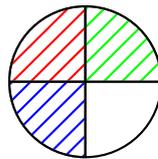
### À retenir

Pour comparer deux fractions, on peut les mettre au même dénominateur

## IV - Additions

Avec les représentations "en camembert" que vous connaissez déjà, on peut comprendre comment additionner des fractions :

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$



Il n'y a que les numérateurs qui s'ajoutent :

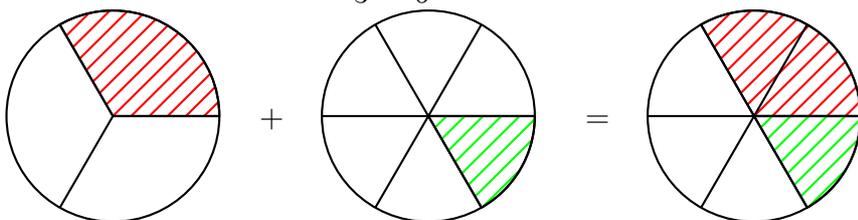
- dans **numérateur**, il y a la même racine que **nombre** : c'est le numérateur qui indique combien il y a de portions
- dans **dénominateur**, il y a **nom** : c'est le dénominateur qui indique la taille de la portion.

Le calcul  $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}$  correspond à : 1 demi + 3 demis.

Avec les mots on comprends bien qu'on obtient 4 demis ! Donc  $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2}$ .

## V - Additions avec des dénominateurs différents

Comment faire pour effectuer  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$  ?



La réponse semble être  $\frac{1}{2}$ , mais comment retrouver ce résultat par un calcul ? (on ne pourra pas faire des dessins de camembert à chaque fois qu'on a une somme de fractions à faire !)

L'idée est que la part correspondant à  $\frac{1}{3}$  peut être coupée en deux :  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ , on a alors des sixièmes, on peut effectuer le calcul :

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{3 \times 1}{3 \times 2} = \frac{1}{2}$$

Dans le cas de fractions dont les dénominateurs ne sont pas multiples l'un de l'autre, on peut multiplier le numérateur **et** le dénominateur des **deux** fractions.

### Exemples

$$\begin{aligned} \frac{5}{7} + \frac{1}{9} &= \frac{5 \times 9}{7 \times 9} + \frac{1 \times 7}{9 \times 7} \\ &= \frac{45}{63} + \frac{7}{63} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{9} + \frac{7}{6} &= \frac{2 \times 2}{9 \times 2} + \frac{7 \times 3}{6 \times 3} \\ &= \frac{4}{18} + \frac{21}{18} \end{aligned}$$

$$\frac{5}{7} + \frac{1}{9} = \frac{52}{63}$$

$$\frac{2}{9} + \frac{7}{6} = \frac{25}{18}$$

*On peut parfois multiplier par des nombres plus petits que l'autre dénominateur, ça permet d'avoir moins de simplifications à faire après !*

## VI - Multiplication de fractions

### À retenir

Les fractions correspondent à une division. La division est l'opération inverse de la multiplication, donc elles vont "bien ensemble". Pas besoin de mise au même dénominateur compliquée, tout est facile !

$$\frac{5}{7} \times \frac{13}{6} = \frac{5 \times 13}{7 \times 6}$$

Technique : Avant d'effectuer des produits fastidieux, on regarde toujours si on peut **simplifier**.

$$\frac{15}{7} \times \frac{14}{25} = \frac{15 \times 14}{7 \times 25} = \frac{3 \times 5 \times 7 \times 2}{7 \times 5 \times 5} = \frac{3 \times \cancel{5} \times \cancel{7} \times 2}{7 \times \cancel{7} \times 5} = \frac{6}{5}$$