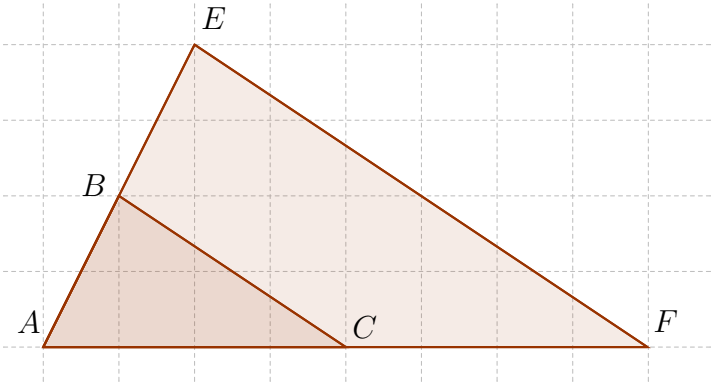
Chapitre 18

Triangles et parallèles

1 Introduction



Dans la situation ci-dessus, nous avons remarqué que si $(BC)//(EF)$, alors les triangles ABC et AEF ont la même « forme ». L'un est l'agrandissement (ou la réduction) de l'autre.

Cela se traduit par une proportionnalité de leurs longueurs :

	côté à gauche	côté à droite	côté en bas
Petit triangle	AB	BC	AC
Grand triangle	AE	EF	AF

Le coefficient de proportionnalité est le facteur de réduction (ou facteur d'agrandissement suivant le sens). Ici par exemple, comme $AC = 4$ et $DF = 8$, le facteur d'agrandissement pour passer de ABC à DEF est $\dfrac{DF}{AC} = \dfrac{8}{4} = 2$.

Cela revient aussi à dire que les ***rapports**** de leurs côtés sont égaux :

(* le rapport entre deux nombres est le quotient de ces nombres)

$$\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{AF}$$

Cela se généralise à tous les triangles qui sont dans cette situation : https ://www.geogebra.org/m/buuwnb6q

Ces rapports permettent de calculer le facteur :

- d'agrandissement si on calcule $\dfrac{\text{grand côté}}{\text{petit côté}}$
- de réduction si on calcule $\dfrac{\text{petit côté}}{\text{grand côté}}$

Remarques

Quand on multiplie par un nombre

- *plus grand que 1 : on agrandit*
- *entre 0 et 1 : on diminue*

Exemple : $5 \times 0,5 = 2,5$; $5 \times 1,5 = 7,5$

Pour résumer, on peux affirmer que :

si $\begin{cases} \bullet & B \in [AE] \\ \bullet & C \in [AF] \\ \bullet & (BC)//(EF) \end{cases}$ alors $\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AC}{AF} = \dfrac{BC}{EF}$

C'est l'énoncé du théorème de Thalès.

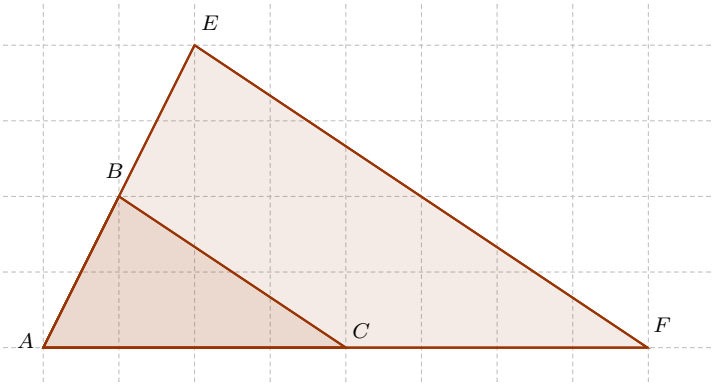
https ://youtu.be/l5ol4SQ0LWw

2 Utiliser le théorème de Thalès pour calculer des longueurs

Ennoncé

Théorème

Dans un triangle AEF, si un point B est sur le segment $[AE]$ et un point C sur le segement $[AF]$ de manière à ce que (BC) et (EF) soient parallèles, alors les rapports des côtés homologues sont égaux.

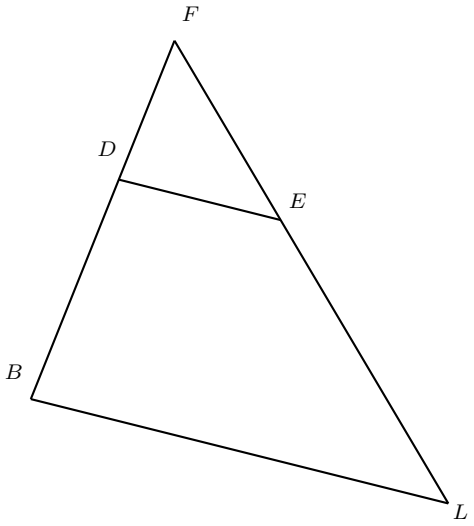


Remarques :

- on peut écrire la même chose plus rapidement grâce aux symboles mathématiques ($\in$ = appartient à ; $//$ = est parallèle à)
- le triangle ne s'appelle pas forcément AEF !

Dans un triangle ABC, si $A' \in [AB]$, $B' \in [AC]$ et $(B'C')//(BC)$, alors $\dfrac{AB'}{AB} = \dfrac{AC'}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC}$

Exemple type



Sur la figure ci-contre, on sait que $D \in [BF]$, $E \in [FL]$ et que (DE) est parallèle à (BL).

Grâce au théorème de _____, on en déduit que :

$$\frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$$

On sait que $FB = 5$; $FL = 7$; $BL = 5,7$ et $DE = 2,2$.
Calculons la longueur FE :

_____

_____

_____

_____

_____

_____

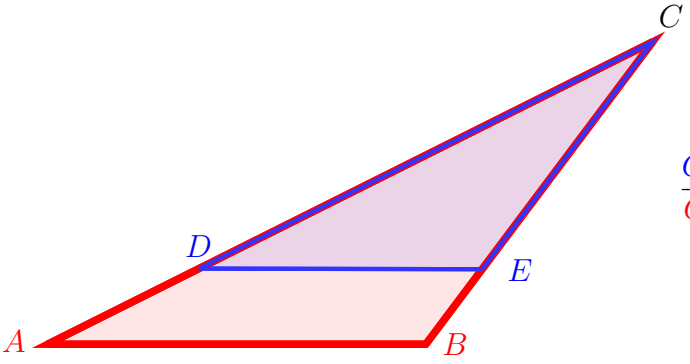
3 Astuces

Comment savoir s'il faut utiliser le théorème de Thalès ?

- L'exercice demande de calculer une longueur
- il y a des triangles emboités et des droites parallèles dans l'énoncé.

Comment ne pas se tromper pour écrire les rapports ?

Il faut commencer par bien repérer le "petit" et le "grand" triangle.



$$\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB} = \frac{DE}{AB}$$

- on n'utilise que des côtés de ces triangles (si c'est juste un morceau d'un côté (par exemple DA) ce n'est pas bon)

- deux côtés homologues sont dans la même fraction
- tous les numérateurs correspondent à des côtés du même triangle
- tous les dénominateurs correspondent à des côtés du même triangle