

Calculs en ligne

I - Vocabulaire

Définition

- ★ Une **somme** est le résultat d'une addition ($5 + 3$ est la somme de 5 et de 3)
- ★ Une **différence** est le résultat d'une soustraction ($7 - 2$ est la différence entre 7 et 2)
- ★ Un **produit** est le résultat d'une multiplication (5×2 est le produit de 5 par 2)
- ★ Un **quotient** est le résultat d'une division ($5 \div 2$ est le quotient de 5 par 2)

Exemple

Pour chacun des calculs suivant, écrire si c'est une somme, une différence, un produit ou un quotient :

- a) $7 \div 5$ c) $82 + 5$ e) $5,2 - 3,9$
- b) $56 - 3$ d) 7×4 f) $\frac{6}{3}$

Réponses : a) quotient b) différence c) somme d) produit e) différence f) quotient (ou fraction)

Définition

- ★ Dans une somme, les nombres qu'on additionne sont appelés les **termes**
- ★ Dans un produit, les nombres qu'on multiplie sont appelés les **facteurs**

Exemples

- a) Les trois **termes** de la somme $6 + 12 + 1$ sont 6 et 12 et 1.
- b) Dans le **produit** $6 \times 5 \times 2 \times 3$, il y a quatre **facteurs** : 6, 5, 2 et 3.

Définition

Le signe égal, noté $=$, signifie qu'on peut remplacer l'expression à gauche du $=$ par l'expression à droite du signe égal : elles ont la même valeur.

$$\underbrace{5 \times 3}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{11 + 4}_{\text{membre de droite}}$$

Exemple

Par exemple, quand on simplifie une fraction, on peut remplacer le numérateur par un produit qui lui est égal :

$$\frac{72}{9} = \frac{8 \times 9}{9} = 8$$

Je peux remplacer 72 par 8×9 dans la fraction car $72 = 8 \times 9$.

II - Enchaînement d'opérations

En mathématiques, on est souvent amenés à faire plusieurs calculs à la suite. Il faut alors faire bien attention que les égalités qu'on écrit sont justes.

Par exemple : Choisir un nombre, lui ajouter cinq et multiplier le résultat par deux.

Quel est le résultat de ce programme de calcul si on choisit le nombre 1 au départ ?

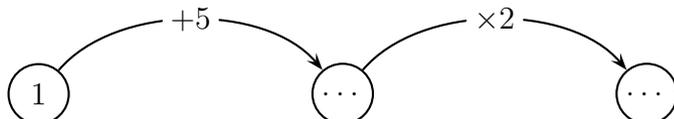
- $1 + 5 = 6$
- $6 \times 2 = 12$

On aurait envie d'écrire directement : $1+5 = 6 \times 2 = 12 \dots$
Ces égalités sont-elles vraies ?

$$\begin{array}{c} \textcircled{1+5} = \textcircled{6 \times 2} \\ \begin{array}{ccc} \nearrow & & \nwarrow \\ 6 & & 12 \end{array} \end{array} \quad \text{C'est faux !}$$

Dans une suite de calculs en ligne, il faut toujours vérifier que tous les membres des égalités sont bien égaux !

Pour éviter cette erreur, on peut remplacer les égalités par un diagramme dans lequel les opérations s'enchaînent :



Exercice n°34 page 47

On peut quand même écrire le calcul en une seule expression, en signalant la première opération à effectuer à l'aide de parenthèses :

$$(1 + 5) \times 2 = 6 \times 2 = 12$$

Pour signaler qu'une opération doit être effectuée en premier, on la met entre parenthèses.

III - Priorités opératoires

Si on devait mettre des parenthèses pour chaque opération (afin d'indiquer dans quel ordre les effectuer), on se retrouverait avec ce genre d'expression :

$$5 + ((2 - 9) \times ((3 \div 4) + 5))$$

Très vite, on ne voit plus rien... donc pour alléger, les mathématiciens se sont mis d'accord sur des priorités « naturelles » pour lesquelles on n'a plus besoin d'écrire les parenthèses. Avec ces priorités, le calcul précédent devient :

$$5 + (2 - 9) \times (3 \div 4 + 5)$$

On peut remarquer tout de suite que les parenthèses restent parfois nécessaires ! Les autres (celles qui ne changent pas l'ordre des opérations, qu'elles soient là ou non) sont les « **parenthèses invisibles** ». Lorsqu'on a un calcul compliqué, on peut les faire apparaître pour ne pas se tromper dans l'ordre.

$$\text{Par exemple : } 2 + 3 \times 5 - 5 \div 4 = \left[(2 + (3 \times 5)) - (5 \div 4) \right] = \left[(2 + 15) - 1,25 \right] = 17 - 1,25 = 15,75$$

À retenir

1. Les calculs dans les **parenthèses** sont prioritaires.
2. Quand on il n'y a pas de parenthèses, les **multiplications et les divisions** sont prioritaires sur les additions et les soustractions.
3. Dans les autres cas, les calculs s'effectuent **de gauche à droite**.

Exemples

a) Effectuer le calcul :

$$\begin{aligned}(5 + 2) \times 6 + 3 &= 7 \times 6 + 3 && \text{On effectue d'abord le calcul dans la parenthèse} \\ &= 42 + 3 && \text{ensuite on effectue la multiplication (prioritaire)} \\ &= 45 && \text{enfin on peut effectuer l'addition}\end{aligned}$$

b) Effectuer le calcul :

$$\begin{aligned}13 - 2 \times 6 + 3 &= 13 - 12 + 3 && \text{On effectue la multiplication (prioritaire)} \\ &= 1 + 3 && \text{ensuite on effectue les calculs de gauche à droite} \\ &= 4\end{aligned}$$

c) Effectuer le calcul :

$$\begin{aligned}(13 - 2) \times 6 + 3 &= 11 \times 6 + 3 && \text{On effectue d'abord le calcul dans la parenthèse} \\ &= 66 + 3 && \text{ensuite on effectue la multiplication (prioritaire)} \\ &= 69 && \text{enfin on peut effectuer l'addition}\end{aligned}$$

Exercices n°3 page 42 et 19 page 44

IV - Nommer un calcul

Comment désigner par une phrase le calcul « $5 \times 3 + 2$ » ?

Commençons par effectuer ce calcul :

$5 \times 3 + 2 = 15 + 2 = 17$, donc on pourrait remonter les étapes : « 17 est la somme de 15 et de 2. »

On peut tout de suite remarquer que ce calcul est une somme.

Mais 15 n'est pas dans le calcul de départ, donc je le désigne par une phrase :

« 15 est le produit de 5 par 3 ».

En remplaçant le 15 de ma première phrase par la phrase qui lui correspond, j'obtiens :

« 17 est la somme du produit de 5 par 3 et de 2. »

Un calcul porte le nom de la dernière opération effectuée.

Exemples

- $5 + 3 \times 2$

La priorité est à la multiplication donc la dernière opération effectuée est l'addition. C'est donc la somme de 5 et de 3×2 .

« $5 + 3 \times 2$ est la somme de 5 et du produit de 3 par 2. »

- $(5 + 3) \times 2$

On effectue d'abord la somme dans la parenthèse, donc c'est le produit de $(5 + 3)$ par 2.
On peut aussi dire : « C'est le produit de la somme de 5 et de 3 par 2 ».

- $5 + 6 - 3$

On effectue le calcul de gauche à droite, donc c'est la différence entre $5 + 6$ et 3, donc :
« $5 + 6 - 3$ est la différence entre la somme de 5 et de 6 et 3 ».

- $(6 + 3) \div 2$

On effectue d'abord la somme dans la parenthèse, donc c'est le quotient de $(6 + 3)$ par 2, c'est à dire :
« $(6 + 3) \div 2$ est le quotient de la somme de 6 et de 3 par 2 ».

*Activité par groupe de 2 : puzzle avec correction UV
Exercices n°28, 29 et 30 page 46*