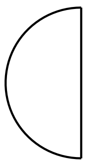
Fractions

I - Définition des fractions

Définition

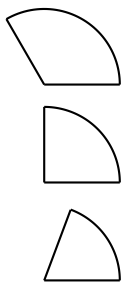


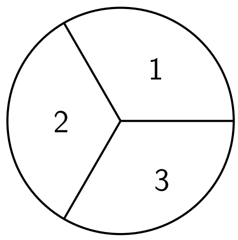
Le nombre $\frac{1}{2}$ se lit « un demi ». C'est une fraction. Il faut deux fois cette quantité pour faire 1.

Si je prends 2 fois le demi disque, j'obtiens un disque entier.

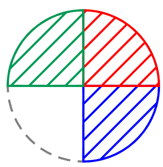
De la même façon, on définit les nombres :

- $\frac{1}{3}$: il en faut 3 pour faire 1
- $\frac{1}{4}$: il en faut 4 pour faire 1
- $\frac{1}{5}$: il en faut 5 pour faire 1
- ...





Ces définitions valent pour 1, mais on peut en prendre autant qu'on veut (quantité entière). Par exemple si je prends trois quarts :



$$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$$

Finalement, le numérateur sert à compter le nombre de parts, alors que le dénominateur donne le nom de la fraction.

On peut donner une définition plus générale d'une fraction :

Définition

Le nombre $\frac{5}{3}$ est la quantité qu'il faut prendre 3 fois pour obtenir 5.

$$\boxed{3 \times \frac{5}{3} = 5}$$

De même on définit $\frac{7}{11}$ par l'égalité $11 \times \frac{7}{11} = 7$, etc.

Exercices n°6 et 7 page 62

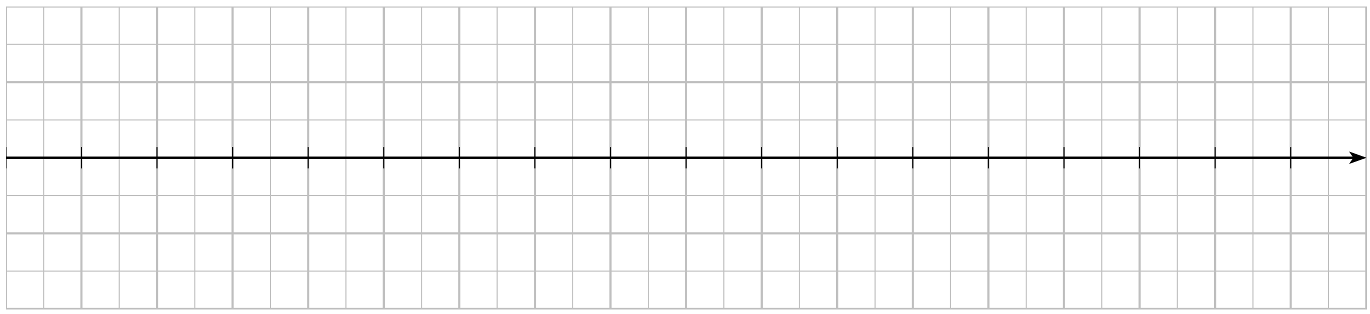
II - Comparaison de fractions

Un quart, il en faut 4 pour faire 1, alors si je n'en prends que 3, je ne suis pas encore à 1 ! Autrement dit :

$$\frac{3}{4} < 1$$

Pour les comparer facilement, on peut placer tous ces nombres sur un axe gradué. Dans une unité, il y a 2 demis, 3 tiers, 4 quarts, 5 cinquièmes...

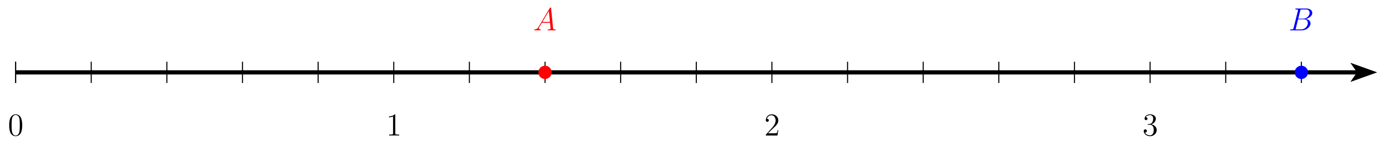
Prenons 6 graduations (12 carreaux) pour faire une unité, une graduation fait alors un sixième :



Comparer les nombres : $\frac{1}{2} \dots \frac{1}{3}$; $2 \dots \frac{7}{3}$; $\frac{4}{3} \dots \frac{3}{4}$; $\frac{5}{2} \dots \frac{5}{3}$; $\frac{5}{2} \dots \frac{7}{3}$

Exercice n°78 page 70 et 83 page 71

III - Comment lire et placer des abscisses fractionnaires ?



- On repère l'origine (là où est le zéro) et l'unité (là où est le 1) de l'axe.
- On compte en combien de segments il y a entre les deux (ici il y en a 5).
- La quantité qui est 5 fois entre 0 et 1, c'est un cinquième ($\frac{1}{5}$).
- On peut ainsi compter le nombre de cinquièmes pour placer n'importe quelle abscisse qui a un 5 au dénominateur (en bas de la fraction).

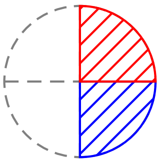
  Par exemple le point A placé sur l'axe ci-dessus est à 7 cinquièmes de l'origine, son abscisse est donc $A\left(\frac{7}{5}\right)$.
- Pour aller plus vite et ne pas se tromper en comptant sur de grandes quantités, on peut ne compter qu'à partir d'une graduation déjà marquée :

  Par exemple pour trouver l'abscisse du point B, je pars de 3, qui correspond à 15 cinquièmes, et je compte à partir de là : 16, 17, c'est donc 17 cinquièmes : $B\left(\frac{17}{5}\right)$.

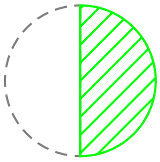
Exercice n°55 page 68

IV - Fractions égales

On peut désigner une même quantité avec des fractions différentes :



$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$$

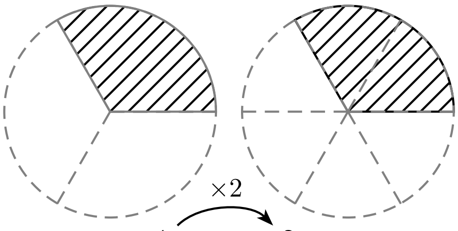


$$\frac{1}{2}$$

Dans les deux cas, on a hachuré la même surface, c'est donc la même quantité, le même nombre :

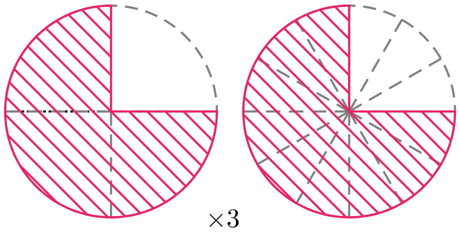
$$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

Quand on coupe en deux chaque "part", on multiplie par deux le nombre total de parts (donc le dénominateur).



$$\frac{1}{3} \overset{\times 2}{=} \frac{2}{6} \quad (\times 2)$$

De même quand on les coupe en 3 :



$$\frac{3}{4} \overset{\times 3}{=} \frac{9}{12} \quad (\times 3)$$

Ainsi, quand on multiplie le dénominateur et le numérateur par le même nombre, on ne change pas la valeur de la fraction :

$$\frac{5}{3}=\frac{5\times 2}{3\times 2}=\frac{10}{6}=\frac{5\times 3}{3\times 3}=\frac{15}{9} \quad \text{et réciproquement} \quad \frac{15}{9}=\frac{5\times 3}{3\times 3}=\frac{10}{6}=\frac{5\times 2}{3\times 2}=\frac{5}{3}$$

$$\frac{10}{6} \xrightarrow{\div 2} \frac{5}{3}$$

> On ne change pas la valeur d'une fraction en multipliant (ou divisant) son numérateur **et** son dénominateur par un **même nombre**.

Exemples

$$\frac{2}{3}=\frac{2\times 3}{3\times 3}=\frac{6}{9}\ ; \quad \frac{1}{2}=\frac{1\times 7}{2\times 7}=\frac{7}{14}$$

Remarque

On utilise souvent cette propriété pour simplifier des fractions : $\frac{56}{48}=\frac{7\times 8}{6\times 8}=\frac{7}{6}$

Exercice : Simplifier le plus possible les fractions suivantes :

- $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$
- $\frac{81}{90}=\frac{9}{10}$
- $\frac{4}{18}=\frac{2}{9}$
- $\frac{16}{56}=\frac{8}{28}=\frac{4}{14}=\frac{2}{7}$

Exercices n°18, 19 et 21 page 64