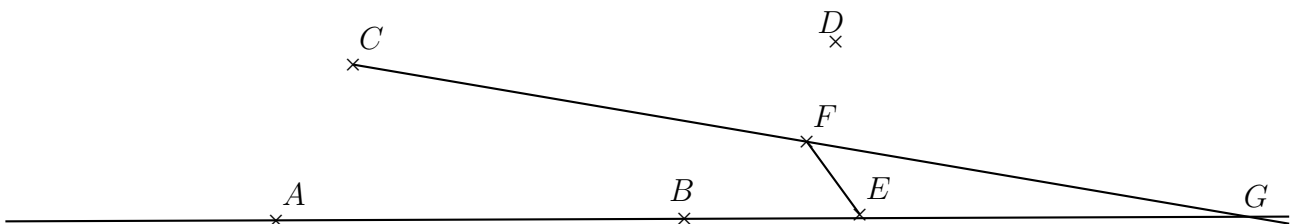


Quadrilatères particuliers

I - Rappels de notations et de vocabulaire

- $[AB]$ est le **segment** qui relie le point A au point B . Il s'arrête aux extrémités.
- (AB) est la **droite** qui relie le point A au point B . Elle est **infinie**.
- $[AB)$ est une **demi-droite**. Elle commence au niveau du point A , mais est infinie après le point B .
- AB est la longueur du segment $[AB]$: c'est une mesure (par exemple $AB = 3\text{ cm}$).
- Quand un point est sur un segment, on dit que ce point **appartient à** ce segment.
 $\ll I \in [AB] \gg$ signifie « le point I appartient au segment $[AB]$ ».
 $\ll A \notin (CD) \gg$ signifie « le point A n'appartient pas à la droite (CD) ».

Par exemple, sur le dessin ci-dessous le segment $[FE]$, la droite (AB) et la demi-droite $[CF)$ sont tracés. De plus, le point G est l'**intersection** de (CF) et (AB) donc $G \in (AB)$. En regardant attentivement, on voit que $E \notin (AB)$.

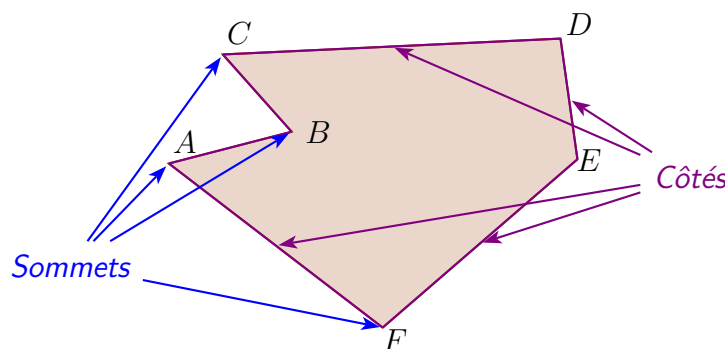


Définition

Un **polygone** est une figure fermée constituée de segments mis bout à bout.

Chaque segment est un **côté** du polygone.

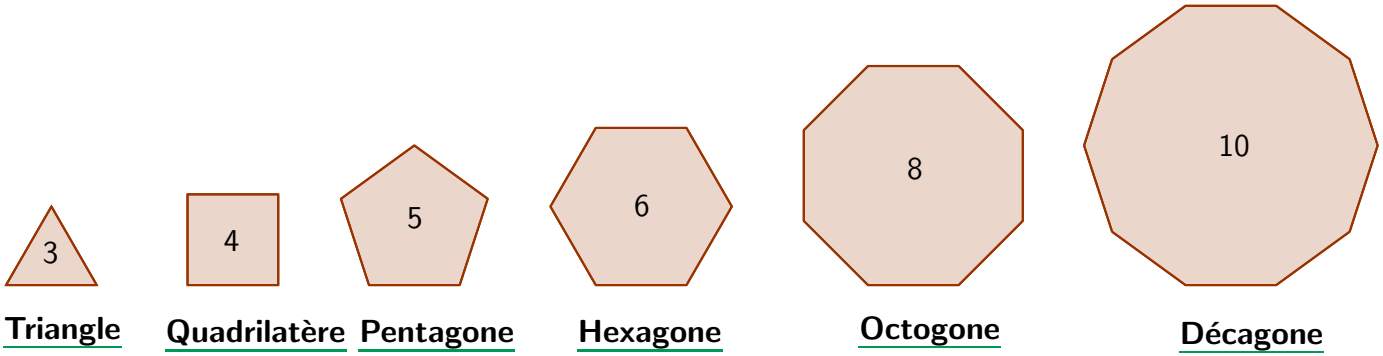
Chaque extrémité d'un côté est un **sommet** du polygone.



Pour nommer un polygone, on écrit les noms de ses sommets dans l'ordre en **tournant** autour du polygone. On peut commencer par le sommet que l'on veut et tourner dans le sens que l'on veut.

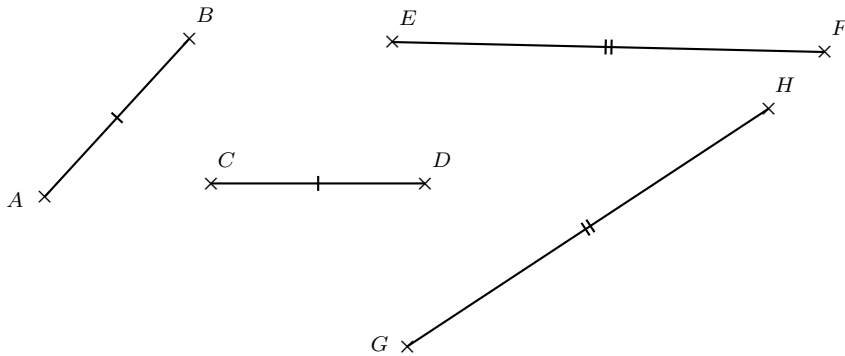
Par exemple le polygone ci-dessus peut s'appeler $ABCDEF$, mais aussi $FEDCBA$, ou encore $DEFABC$, mais pas $CEBADF$.

- Les polygones portent des noms particuliers suivant le nombre de côtés qu'ils ont :



Ceux qui sont dessinés ci-dessus sont des polygones **réguliers** : pour chacun d'entre eux, les côtés sont de même longueur et les angles de même mesure.

- Quand deux segments ont la même longueur, on peut le montrer en faisant un **codage** :



Sur la figure ci-contre, le codage permet d'affirmer que :

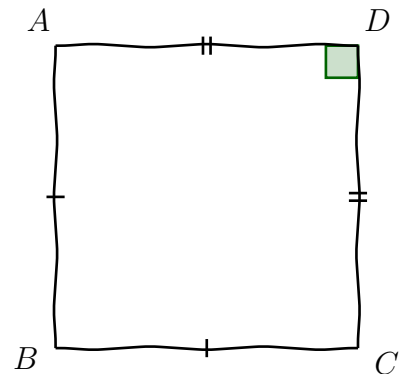
- $AB = CD$
- $GH = EF$

Le **codage** est la **seule** information qu'on peut « voir sur la figure ».

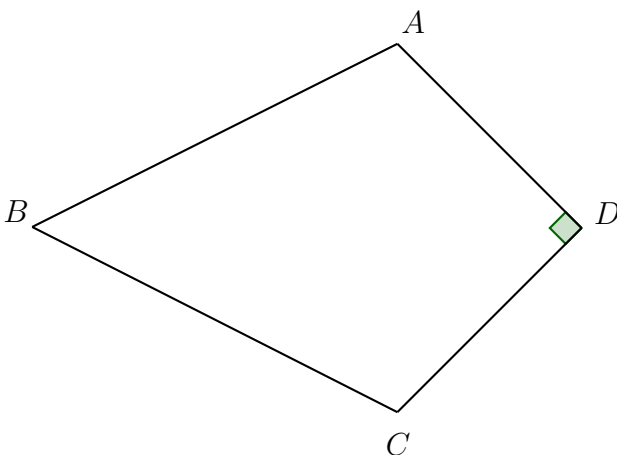
Exemple : Quelles informations peut-on « voir sur la figure » ci-contre ?

Même si on a très envie de dire que ce quadrilatère est un carré, on ne peut pas affirmer cela !! En effet le codage n'indique pas que les côtés opposés sont de même longueur, donc malgré les apparences ils ne le sont pas.

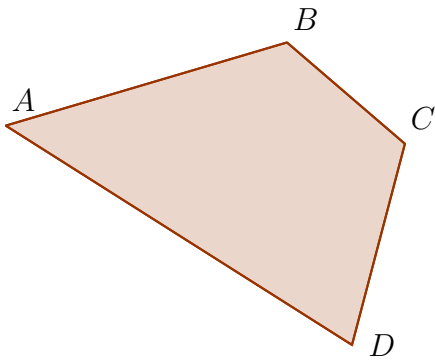
On peut affirmer que $AB = BC$, que $AD = DC$ et que l'angle \widehat{ADC} est droit. C'est tout.



Finalement, vu le codage, le quadrilatère $ABCD$ pourrait ressembler à cela :



- **Consécutifs** signifie "qui se suivent". Par exemple 3 et 4 sont deux nombres entiers consécutifs.



Sur le polygone $ABCD$ ci-contre, les sommets C et D sont consécutifs. On peut aussi dire que les côtés $[DA]$ et $[AB]$ sont consécutifs.

Dans un quadrilatère, si deux côtés ne sont pas consécutifs, alors ils sont en face l'un de l'autre. On dit qu'ils sont **opposés**.

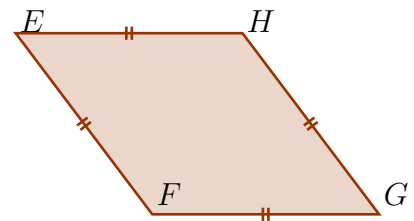
Les côtés $[AB]$ et $[CD]$ sont opposés.

II - Quadrilatères particuliers

a. Le losange

Définition

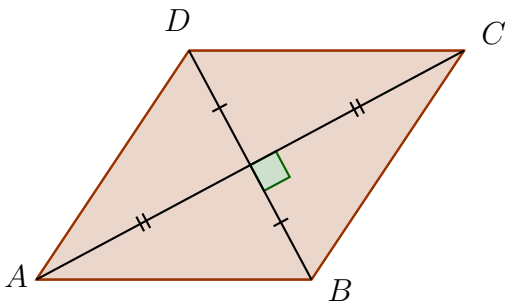
Le losange est un quadrilatère dont les quatre côtés sont de même longueur.



Lorsque les 4 côtés sont de même longueur, alors automatiquement les angles opposés ont les mêmes mesures.

Réciproquement, si les angles opposés d'un quadrilatère sont égaux, alors c'est un losange.

Le losange n'est pas un polygone régulier puisque tous ses angles ne sont pas égaux.

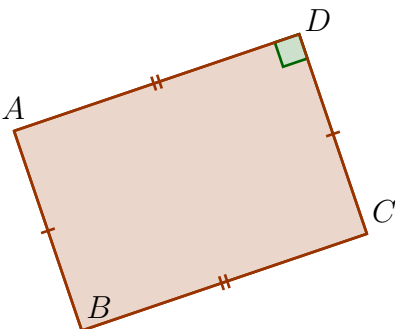


Propriété

Les diagonales du losange se coupent perpendiculairement en leur milieu.

Cette propriété est caractéristique du losange. Cela veut dire que si les diagonales d'un quadrilatère se coupent perpendiculairement en leur milieu, alors ce quadrilatère est forcément un losange!

b. Le rectangle



Définition

Le rectangle est un quadrilatère dont les angles sont droits.

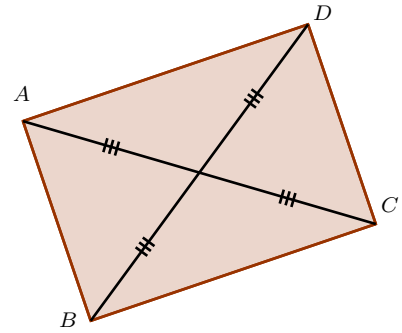
Le rectangle a ses côtés opposés de mêmes longueurs.

Si un quadrilatère a ses côtés opposés de mêmes longueurs et **un** angle droit, alors les 3 autres angles sont automatiquement droits aussi.

Propriété

Les diagonales du rectangle sont de même longueur et se coupent en leur milieu.

Cette propriété est caractéristique du rectangle. Cela veut dire que si les diagonales d'un quadrilatère ont la même longueur et se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est forcément un rectangle !



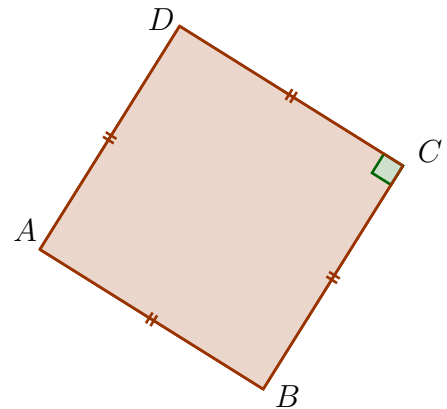
c. Le carré

Définition

Le carré est un quadrilatère dont les quatre côtés sont égaux, et qui a un angle droit.

Le carré a tous ses côtés de même longueur, il est donc dans la famille des losanges.

Le carré a aussi ses 4 angles droits, il est donc aussi dans la famille des rectangles.

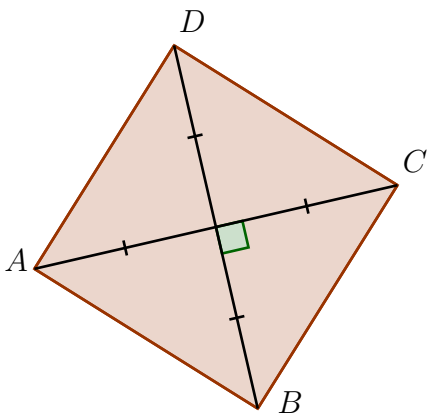


On pourrait définir le carré comme le quadrilatère qui est à la fois un losange et un rectangle.

On dit que le carré est un rectangle **particulier** (puisque'il a d'autres caractéristiques, en plus d'être un rectangle).

Autrement dit :

- Le carré est un rectangle qui a deux côtés consécutifs égaux.
- Le carré est un losange qui a au moins un angle droit.



Propriété

Les diagonales du carré sont de même longueur et se coupent perpendiculairement en leur milieu.

Cette propriété est caractéristique du carré. Cela veut dire que si les diagonales d'un quadrilatère ont la même longueur et qu'elles se coupent perpendiculairement en leur milieu, alors ce quadrilatère est forcément un carré !

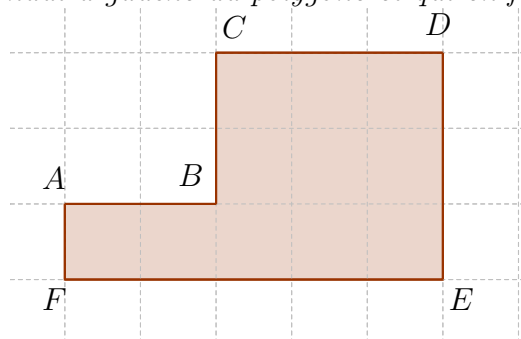
III - Notion de périmètre

Définition

Le périmètre d'une figure est la **longueur** de son contour. On le note souvent \mathcal{P} .

Il n'y a aucune formule à apprendre pour pouvoir calculer les périmètres des polygones : il suffit de faire la somme des longueurs de ses côtés !

Pour être sûr de ne pas oublier un côté, on peut imaginer un petit bonhomme qui démarre au sommet en haut à gauche du polygone et qui en fait le tour.



Je pars du point A , puis je vais faire le tour du polygone $ABCDEF$ en ajoutant à chaque fois le nombre de carreaux que je viens de parcourir. Cela donne :

$$\mathcal{P} = 2 + 2 + 3 + 3 + 5 + 1 = 16.$$

Le périmètre du polygone $ABCDEF$ est 16.