Différents types d'égalités

Définition

Deux expressions (littérales ou non) séparées par un signe égal forment une **égalité**. *L'expression à gauche du signe égal s'appelle* **le membre de gauche**, *et celle à droite s'appelle* **le membre de droite**.

$$\underbrace{4x-2}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{8-7x}_{\text{membre de droite}}$$

On peut écrire un signe égal entre deux expressions littérales pour plusieurs raisons :

- pour donner une formule (en physique, en géométrie,...)
  Exemple : $U = RI$ *donne la tension en fonction de la résistance et l'intensité du courant électrique.*
- quand on fait du calcul littéral, les deux expressions donnent toujours des résultats égaux, quelque soit la valeur par laquelle on remplace la variable : c'est une **identité**
  *Exemples d'***identités** *:* $x + x = 2x$; $x - x = 0$; $x^2 = x \times x$; $\dfrac{x^2}{x} = x$ *(si* $x \neq 0$*)*
- les deux expressions sont parfois égales, mais parfois pas. On écrit alors un signe égal pour expliquer qu'on cherche la ou les valeurs de x qui rendent l'égalité vraie. C'est une **équation**.

Par exemple $5x + 2 = 0$ n'est pas vraie si $x = 0$ (car $5 \times 0 + 2 = 2 \neq 0$)
par contre, si $x = -0,4$ alors $5x + 2 = 5 \times (-0,4) + 2 = -2 + 2 = 0$ donc l'égalité est vraie.

Une égalité peut être vraie, fausse ou parfois vraie et parfois fausse.

Définition

Une **équation** *est une égalité qui contient une inconnue (souvent notée* x*), dont on cherche à déterminer la valeur (on cherche à* **résoudre** *l'équation).*

Ex : $5x - 3 = 2$ *est une équation, qui a pour solution* $x = 1$.

Résolution d'équation : méthode

On peut transformer une équation sans changer la validité de l'égalité en effectuant la **même opération** dans le membre de gauche et dans le membre de droite :

$$\begin{aligned} 5 &= 5 \\ 5\times 3 &= 5\times 3 \\ 15 &= 15 \end{aligned} \qquad (\times 3)$$

Dans la pratique, on va choisir judicieusement les opérations effectuées de manière à simplifier l'équation jusqu'à obtenir « $x =$ nombre ».

Exemple : $5x + 2 = 1 - x$

★ Première étape : faire en sorte que l'inconnue ne soit présente que dans le membre de gauche :

$$\begin{aligned} 5x + 2 &= 1 - x \\ 5x + 2 + x &= 1 \end{aligned} \qquad (+x)$$

À chaque étape, on peut simplifier en faisant du calcul littéral :

$$\begin{aligned} 5x + 2 + x &= 1 \\ 6x + 2 &= 1 \end{aligned}$$

★ Deuxième étape : on isole l'inconnue (de manière à ce qu'il ne reste que x dans le membre de gauche) :

$$\begin{aligned} 6x + 2 &= 1 \\ 6x + 2 - 2 &= 1 - 2 \end{aligned} \qquad (-2)$$

$$\begin{aligned} 6x &= -1 \\ x &= \frac{-1}{6} \end{aligned} \qquad (\div 6)$$

On peut vérifier sa solution en remplaçant x par la valeur trouvée dans chaque membre de l'égalité de départ :

Si $x = \frac{-1}{6}$, alors $\quad 5x + 2 = 5 \times \frac{-1}{6} + 2 = \frac{7}{6} \quad$ et $\quad 1 - x = 1 - \frac{-1}{6} = 1 + \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$

Attention :

- Pour isoler x dans l'expression $-2x$ il faut se rappeler que l'opération entre le x et le (-2) est une **multiplication**. Il faut donc diviser par (-2) pour isoler x.
- Pour isoler x dans l'expression $1 - x$, il faut se rappeler que $1 - x = 1 + (-x)$: l'opération entre le $(-x)$ et le 1 est une **addition**. Il faut donc soustraire 1 pour isoler x.