# Représentation graphique de fonction

## I - Introduction

Pour étudier la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$, on peut choisir des valeurs de $x$ et voir quelles associations sont faites :

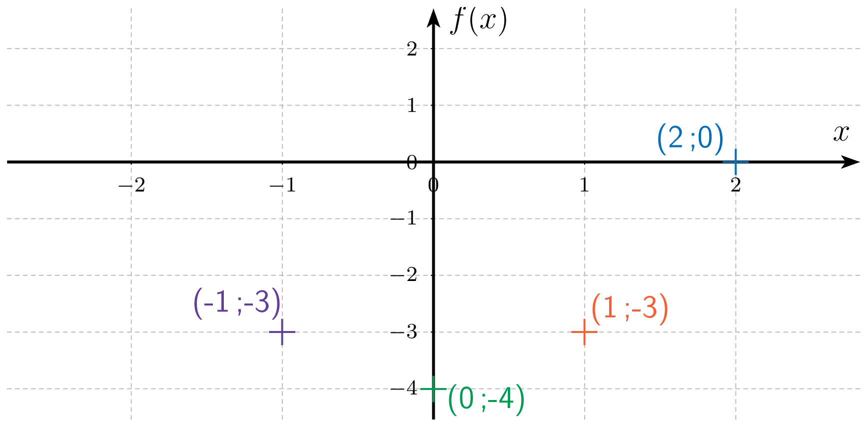
- Pour $x = -1$, on a $x^2 - 4 = (-1)^2 - 4 = -3$, donc $-1 \longmapsto -3$.
- Pour $x = 0$, on a $x^2 - 4 = 0^2 - 4 = -4$, donc $0 \longmapsto -4$.
- Pour $x = 1$, on a $x^2 - 4 = 1^2 - 4 = -3$, donc $1 \longmapsto -3$.
- Pour $x = 2$, on a $x^2 - 4 = 2^2 - 4 = 0$, donc $2 \longmapsto 0$.

Ces informations peuvent être présentées dans un tableau :

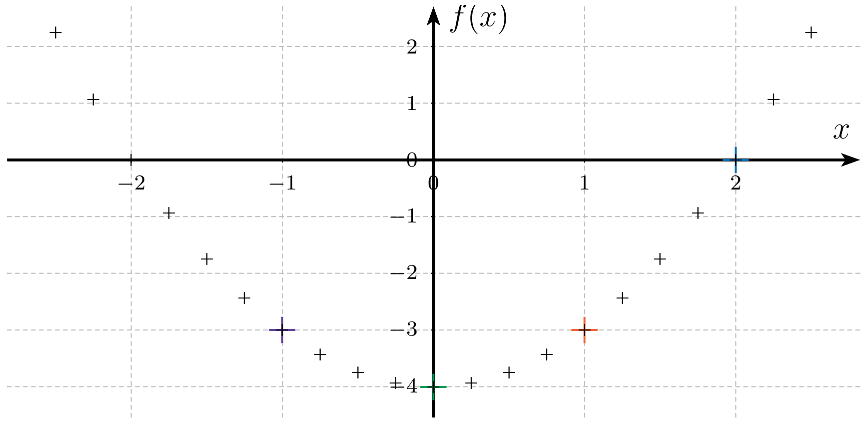
| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-3$ | $-4$ | $-3$ | $0$ |

Chaque association peut être représentée par un point dans un graphique : **l'abscisse du point est associée à son ordonnée**.

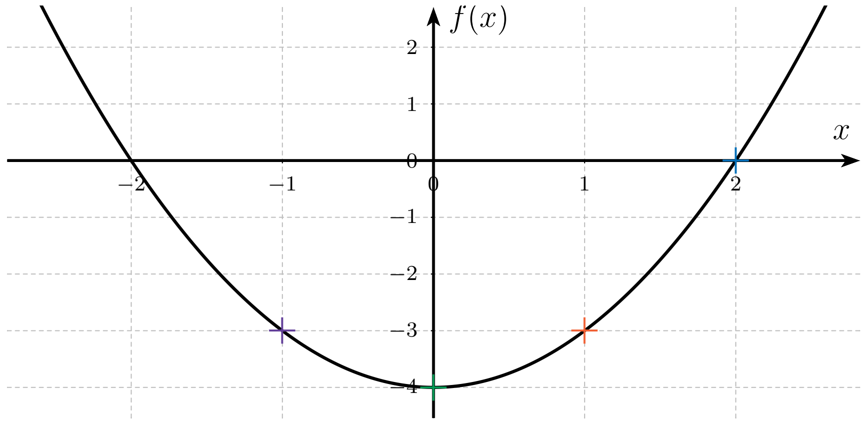
On place les valeurs de $x$ en abscisse (horizontal) et les $f(x)$ correspondants en ordonnées (vertical).




On peut utiliser un tableur pour calculer un grand nombre d'images et placer beaucoup de points, ce qui permet de faire apparaître une courbe.



Une fois qu'on a placé **tous** les points, il n'y a plus de « trou » entre les points : on obtient la **courbe représentative de la fonction**.




### Remarque

*On peut faire tracer directement la courbe d'une fonction par geogebra en écrivant son expression dans la barre de saisie.*

## II - Définition

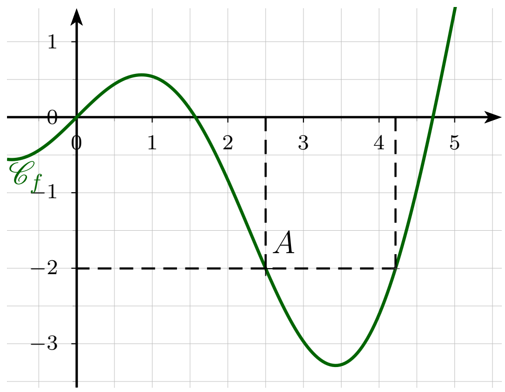
### Définition

*La* ***courbe représentative*** *(ou* ***représentation graphique****) d'une fonction $f$ est l'ensemble des points dont les coordonnées sont $(x; f(x))$ (pour toutes les valeurs possibles de $x$).*

### Exemple

*Par exemple, la représentation de la fonction $f$ ci-contre permet de faire des lectures graphiques :*

- *L'image de $2,5$ est $-2$ (ce qu'on peut écrire simplement avec l'égalité $f(2,5) = -2$).*
- *En cherchant des antécédents de $-2$ par $f$, on trouve bien sûr $2,5$, mais aussi un deuxième antécédent : $f(4,22) = -2$, donc $4,22$ est aussi un antécédent de $-2$ par la fonction $f$.*




### Ne pas confondre

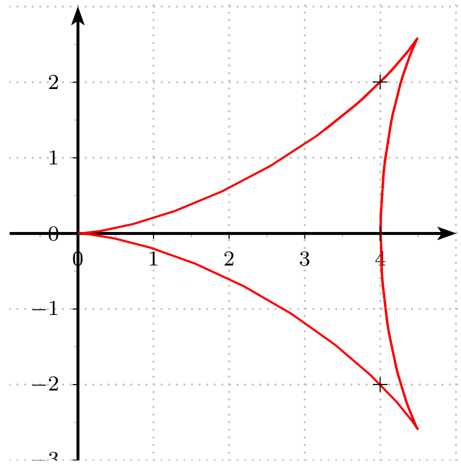
| La fonction | L'image de $x$ | La courbe de $f$ |
|---|---|---|
| $f$ | $f(x)$ | $\mathscr{C}_f$ |

C'est un processus qui fait des associations de nombres. $\longmapsto$

C'est un nombre qu'on peut calculer dès qu'on remplace $x$ par une valeur.

C'est un ensemble de points dans un repère.

### Remarque




*Pour un antécédent donné, la fonction associe une image* ***unique****.*

*Cela signifie que par exemple la courbe ci-contre ne peut pas représenter une fonction.*
*En effet, on ne peut pas déterminer l'image de 4 :*
*2 ? 0 ? ou $-2$ ?*

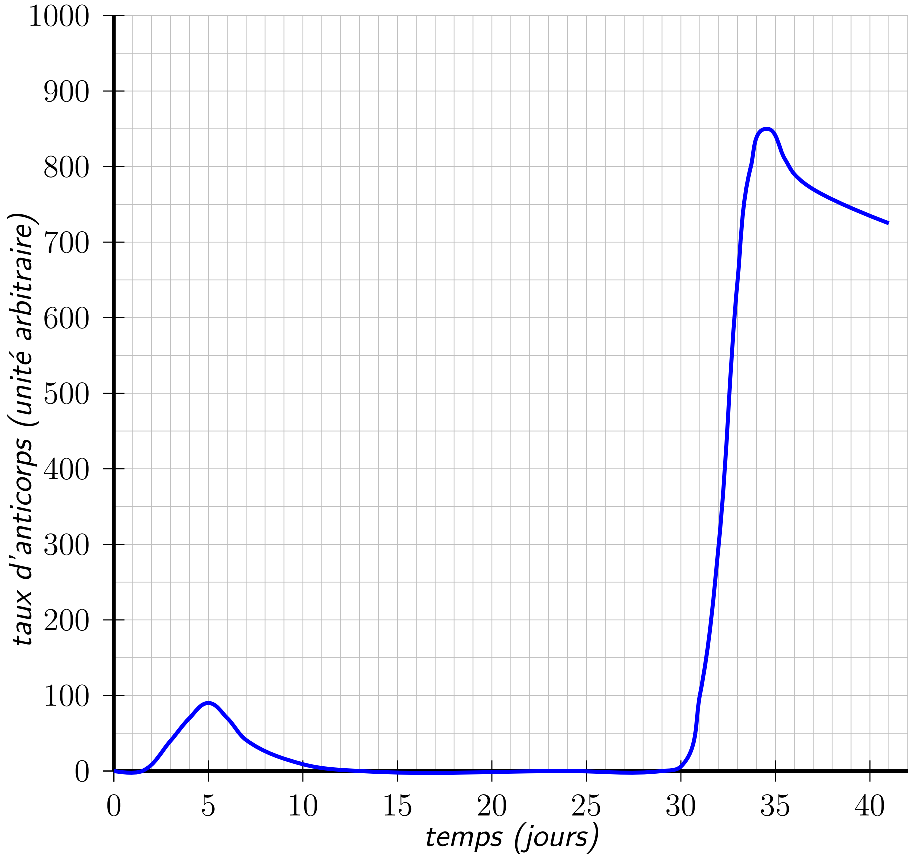
*Sur la courbe représentative d'une fonction, il est impossible que deux points différents aient la même abscisse : ils ne peuvent pas être sur la même verticale.*

# III - Graphiques en sciences

Nous utilisons régulièrement des graphiques dans d'autres matières. Ces graphiques représentent le plus souvent une grandeur **en fonction** d'une autre.

### Exemple

*Évolution du taux d'anticorps en fonction du temps lors de deux injections anatoxine tétanique**



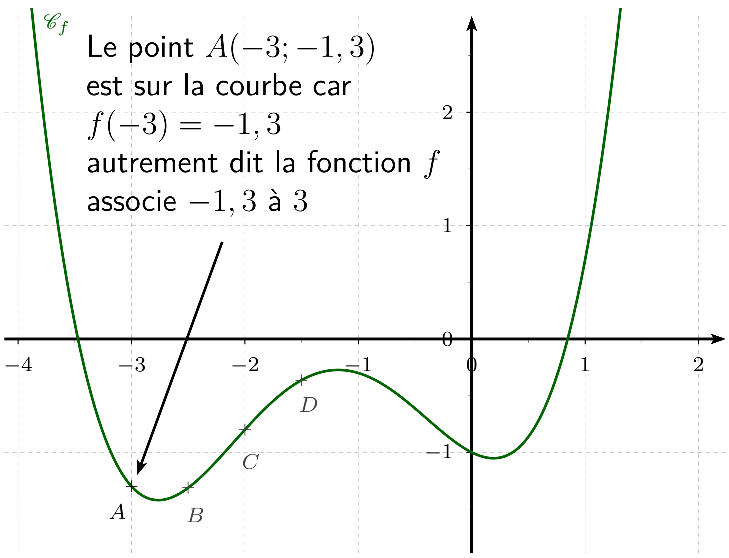

**anatoxine tétanique (AT) : substance inactivée provenant de la bactérie responsable du tétanos et servant à la fabrication du vaccin.*

*La courbe bleue représente une fonction $t$, qui associe au temps (en jours) le taux d'anticorps.*
*On peut lire graphiquement que $t(0) = 0$ ou encore que $t(41) \approx 725$.*

1. *Quelle est l'image de 20 par la fonction $t$ ?* $f(20) = 0$
2. *Donner une valeur approchée de l'antécédent de $850$ par la fonction $t$.* $f(34,5) \approx 850$

# IV - Bilan : ce qu'il faut connaître (par cœur)

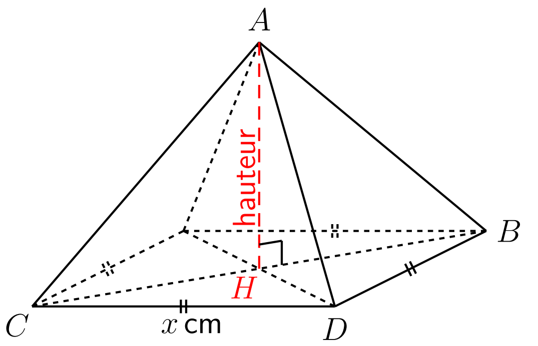
- Une **fonction** est un "associateur" de nombres.
  $f : x \longmapsto f(x)$ signifie « la fonction $f$ prend un nombre $x$ et lui associe le nombre $f(x)$ ».
- Le nombre $f(x)$ est **l'image** du nombre $x$ (il n'y en a qu'une seule).
- Le nombre $x$ est un **antécédent** de $f(x)$ (il peut y en avoir plusieurs).
- La représentation graphique d'une fonction $f$ est l'ensemble des points $(x\,;f(x))$.




*On peut trouver l'image d'un nombre par lecture graphique sur l'axe des ordonnées (vertical) et les antécédents sur l'axe des abscisses (horizontal).*

*Courbe → tableau : n°14 page 272*
*Courbe : n°25 et 26 page 272*

## V - Exercice : représenter une fonction dont on ne connaît pas l'expression




La pyramide ci-contre a une base carrée. Toutes ses arêtes sont de même longueur (le carré de base a donc pour côté $x$ cm, mais les arêtes latérales (celles qui relient la base au sommet) ont aussi pour longueur $x$ cm).

*Nous allons étudier la fonction $V$ qui à $x$ associe le volume de la pyramide obtenue.*

Comme il est difficile de directement calculer ce volume en fonction de $x$, nous nous sommes réparti la tâche : chaque élève dans la classe s'est vu attribué une valeur fixe (entière entre 1 et 6), et a dû calculer le volume pour $x$ égale cette valeur.

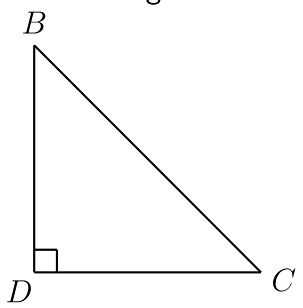
Je vais traiter ici le cas où $x = 7$. Il faut donc calculer le volume $V(7)$ de la pyramide à base carrée dont toutes les arêtes mesurent 7 cm.

On veut appliquer la formule qui permet de calculer ce volume :

$$\boxed{V_{\text{pyramide}} = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur de la pyramide}}$$

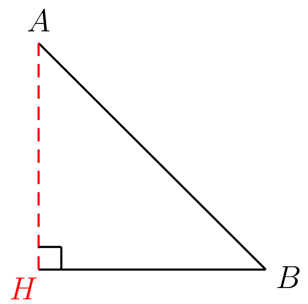
Or, nous ne savons pas combien mesure la hauteur. On pourrait bien appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle $AHB$, mais nous ne connaissons pas non plus la longueur $HB$... Il faut donc commencer par calculer $HB$ :

Le triangle $BCD$ est la moitié de la base, donc c'est un triangle rectangle et isocèle en $D$.




Dans le triangle $BCD$, rectangle en $D$, d'après le théorème de Pythagore :
$BC^2 = CD^2 + BD^2$
$BC^2 = 7^2 + 7^2 = 49 + 49 = 98$
Donc $BC = \sqrt{98} \approx 9{,}899\,494\,936\,61$ cm.
Les diagonales de la base se coupent en leur milieu, donc
$HB = BC \div 2 \approx 4{,}949\,747\,468\,31$ cm

Dans le triangle $BAH$, rectangle en $H$ (par la définition de la hauteur), d'après le théorème de Pythagore :
$AB^2 = BH^2 + AH^2$
$7^2 = 4{,}949\,747\,468\,31^2 + AH^2$
$49 = 24{,}5 + AH^2$
Donc $AH^2 = 49 - 24{,}5 = 24{,}5$.
Ainsi, $AH = \sqrt{24{,}5} \approx 4{,}949\,747\,468\,31$ cm




Nous avons enfin trouvé la hauteur de la pyramide ! Nous n'avons plus qu'à calculer l'aire de la base pour appliquer la formule du volume.

$\mathscr{A}_{\text{base}} = 7 \times 7 = 49$ cm$^2$

$$V(7) = \frac{1}{3} \times 49 \times 4{,}949\,747\,468\,31 \approx 80{,}845\,875\,315\,7 \text{ cm}^3$$

En mettant en commun tout ce qu'ont trouvé mes camarades, je peux faire le tableau de valeurs ci-dessous :

| $x$ (en cm) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $V(x)$ (en cm$^3$) | 0 | $0,236$ | $1,886$ | $6,364$ | $15,085$ | $29,463$ | $50,912$ | $80,846$ |

Pour visualiser la fonction obtenue, on peut placer dans un repère les points $(x; V(x))$ obtenus. C'est la **courbe représentative de la fonction** $V$.