

# Fonctions affines

## Rappels : ce qu'on sait déjà sur les fonctions

- Une fonction est un objet mathématique qui à un nombre  $x$  associe un unique nombre noté  $f(x)$ , qu'on appelle l'**image** de  $x$  par la fonction.

Ex :  $f : x \mapsto 3x$  est la fonction qui à tout nombre  $x$  associe le triple de  $x$ .

- Si  $f(a) = b$ , on dit que  $a$  est un **antécédent** de  $b$ .

- On peut décrire une fonction à l'aide de :

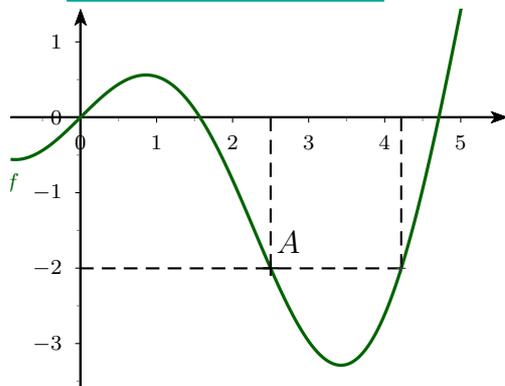
– Une **expression littérale** (ex : pour tout nombre  $x$ ,  $f(x) = 5x^2 + 4$ )

– Un **tableau de valeurs** (ex : 

$x$	-1	0	1	2
$f(x)$	-3	-4	-3	0

)

– une **courbe représentative**, ex :



Chaque point de coordonnées  $(x; y)$  sur la courbe correspond à l'association de l'antécédent  $x$  en abscisse avec l'image  $y$  en ordonnée.

Ici par exemple, l'image de 2,5 par  $f$  est  $-2$ .

Le nombre  $-2$  a deux antécédents par  $f$ .

- Une fonction **linéaire** est une fonction du type  $x \mapsto ax$  où  $a$  est un nombre fixe.
  - La courbe représentative d'une fonction linéaire est une **droite qui passe par l'origine** du repère.
  - Le **coefficient directeur**  $a$  indique la pente de la droite.
  - Une fonction linéaire correspond à une **situation de proportionnalité**.

Si certains points ne sont pas clairs, allez réviser à l'aide des vidéos d'Yvan Monka : [Notion de fonction](#)

## I - Introduction aux fonction affines

On peut voir les fonctions linéaires comme un programme de calcul qui n'a qu'une seule étape :



Pour les fonctions affines, il suffit d'ajouter une étape à ce programme (une addition) :



## Remarque

$2x + (-1) = 2x - 1$  : les additions de nombre négatifs sont en fait des soustractions, donc la fonction  $x \mapsto 2x - 1$  est aussi une fonction affine.

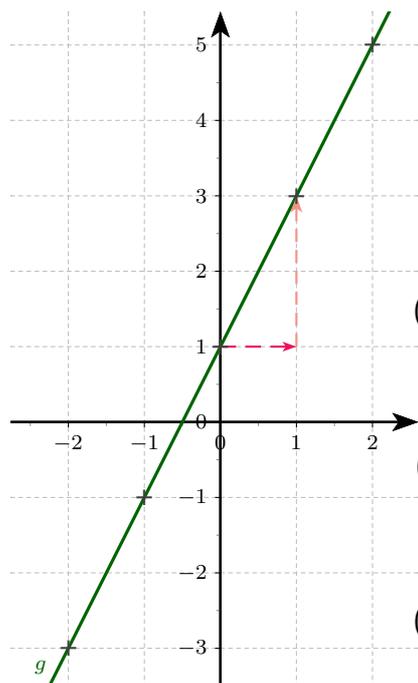
Exercice n°28 page 287 : même question pour les fonctions affines

Exercice n°34 page 288

## II - Découvrons les fonction affines

1. Maintenant qu'on sait que  $x \mapsto 2x + 1$  est une fonction affine, on voudrait savoir à quoi ressemble sa courbe représentative.

- (a) Commençons par remplir ce tableau de valeurs :



$x$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-3	-1	1	3	5

$$f(-2) = 2 \times (-2) + 1 = -4 + 1 = -3$$

$$f(-1) = 2 \times (-1) + 1 = -2 + 1 = -1$$

⋮

- (b) A l'aide de ce tableau de valeur, plaçons des points de la courbe représentative de cette fonction dans le repère ci-contre.

On place les points de coordonnées  $(-2; -3)$ ,  $(-1; -1)$ ;  $(0; 1)$ ; ...

- (c) À quoi semble ressembler la courbe représentative d'une fonction affine ?

Les points sont tous alignés, on peut donc penser que la courbe représentative sera une droite (tracée ci-contre en vert).

- (d) Le coefficient 2 correspond-il comme pour les fonctions linéaires au coefficient directeur ?

Oui : en partant de la droite verte, si je me décale de 1 à droite, je dois monter de 2 pour revenir sur la courbe.

2. Étudions maintenant la fonction  $h : x \mapsto 2x - 1$ .

- (a) Refaire toute la question précédente pour la fonction  $h$  (tracez la dans le même repère, mais dans une autre couleur.)

- (b) Pour passer de l'image de la fonction  $g$  à l'image de la fonction  $h$ , on doit effectuer l'opération  $-2$ . Quel est l'effet de cette opération sur la courbe représentative de la fonction  $h$  ?

- (c) Le coefficient qu'on ajoute (1 pour  $g$  et  $-1$  pour  $h$ ) s'appelle **l'ordonnée à l'origine**. Pouvez-vous expliquer pourquoi on a choisi ce nom ?

Ressources :

- [Document GeoGebra](#) pour visualiser l'effet du changement des coefficients  $a$  et  $b$  d'une fonction affine  $x \mapsto ax + b$ .
- [Vidéo](#) qui explique le cours.

### III - Définition et propriété : ce qu'il faut retenir

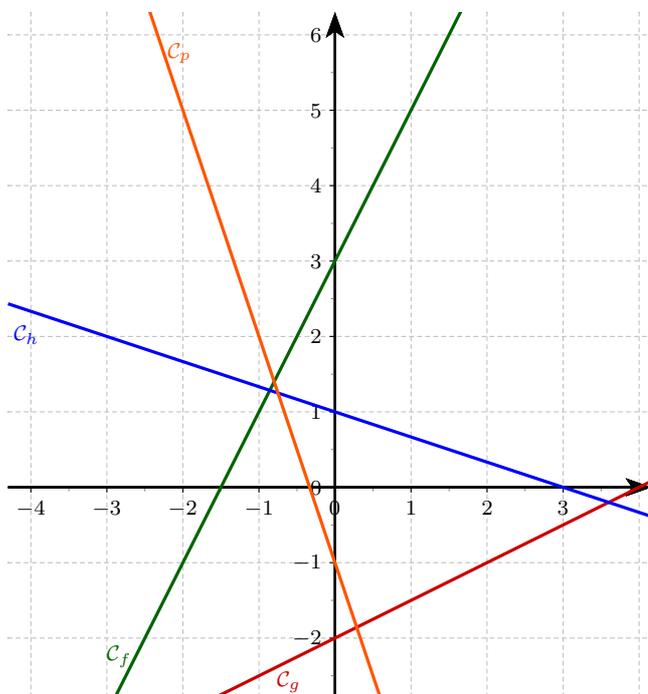
#### Définition

Une fonction affine est une fonction du type  $f : x \mapsto ax + b$ , où  $a$  et  $b$  sont des nombres fixes.

Exercices n°4 et 5 page 283 (Correction)

Exercice n°36 page 288

Voyons quelques exemples :



On a représenté ci-contre les fonctions :

$$f : x \mapsto 2x + 3$$

$$g : x \mapsto 0,5x - 2$$

$$h : x \mapsto -\frac{1}{3}x + 1$$

$$p : x \mapsto -3x - 1$$

Le coefficient multiplié à  $x$  est le **coefficient directeur** il indique la pente de la droite.

Le nombre ajouté (qui n'est pas multiplié au  $x$ ) décale la droite en haut quand il est positif et en bas quand il est négatif. On le lit sur l'axe des ordonnées. On l'appelle **l'ordonnée à l'origine**.

#### Théorème

- Une fonction affine est de la forme  $x \mapsto ax + b$ .
- La représentation graphique d'une fonction affine est toujours une droite.
- Le coefficient directeur  $a$  agit comme sur une fonction linéaire (il détermine sa pente).
- La valeur de l'ordonnée à l'origine se lit sur l'axe des ordonnées, à l'intersection avec la droite.

Exercices n°6 et 7 page 283 (Correction)

Exercice n°37 page 288

#### Remarques

- Les fonctions linéaires sont des fonctions affines dont l'ordonnée à l'origine vaut zéro.
- Si le coefficient directeur d'une fonction affine est égale à zéro, alors comme  $0 \times x = 0$ , la fonction obtenue donne toujours l'ordonnée à l'origine comme image. C'est ce qu'on appelle une fonction constante.

## IV - Méthode : tracer la courbe représentative d'une fonction affine

On sait que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite. Pour tracer une droite, on a besoin de **deux points**. En alignant la règle sur les deux points on aura la bonne droite.

### Théorème

*Les points de la courbe représentative d'une fonction  $f$  ont pour coordonnées  $(x; f(x))$ .*

Pour obtenir deux points, il suffit donc de choisir deux valeurs différentes pour  $x$  et de calculer leurs images.

Dans la pratique, deux conseils pour bien réussir la droite :

- Prendre des valeurs de  $x$  assez éloignées : si on les choisit trop proches ce sera difficile d'être précis.
- Il est plus facile de placer des points à coordonnées entières : c'est mieux de bien choisir les valeurs de  $x$  pour avoir des nombres entiers.

Par exemple : Si  $f(x) = \frac{2}{3}x$ , on peut prendre  $x = 3$  (diviser par 3 dans la fraction puis multiplier par 3 va enlever la fraction).

Voici des liens vers deux vidéos :

1. [Vidéo qui explique la méthode ci-dessus](#)
2. [Vidéo qui explique une autre méthode](#)

*Exercice n°35 page 288  
Auto-évaluation (QCM) avec correction détaillée*

## V - Résolution de problèmes

Vous trouverez des exemples détaillés de résolution de problèmes *pages 284 et 285 de votre livre.*

- *Exercice n°41 page 289*
- *Exercice n°54 page 291*
- *Exercice n°52 page 291*

Si vous avez une question sur le cours, sur une méthode... il y a de grandes chances qu'une vidéo de [cette playlist](#) y réponde.