Mme Toromanoff

Collège Jean Mermoz
3ème

Fonctions linéaires

I - Définition : fonctions linéaires

Une fonction linéaire correspond à une « machine à multiplier par un seul nombre ».
Par exemple la fonction qui fait les associations suivantes :

$0 \longmapsto 0$ $\quad 2 \longmapsto 10$ $\quad 4 \longmapsto 20$

$1 \longmapsto 5$ $\quad 3 \longmapsto 15$

$$x \xrightarrow{\times 5} 5x$$

semble prendre un nombre et lui associer ce nombre fois 5, c'est à dire : $x \longmapsto 5x$

C'est une fonction linéaire !

Définition

Une **fonction linéaire** *est une fonction du type $f : x \longmapsto ax$, où a est un nombre fixe, qu'on appelle le* **coefficient** *de la fonction.*

Exemples

- *Si f est la fonction linéaire de coefficient 5, alors on peut affirmer que $f : x \longmapsto 5x$. Autrement dit, $f(x) = 5x$ pour tout nombre x.*
- *La fonction $x \longmapsto \dfrac{x}{3}$ est la fonction linéaire de coefficient $\dfrac{1}{3}$ car $\dfrac{x}{3} = x \times \dfrac{1}{3}$.*
- *Par contre, la fonction $x \longmapsto \dfrac{3}{x}$ n'est pas une fonction linéaire car on divise par x au lieu de multiplier.*

II - Fonction linéaire et proportionnalité

En effectuant un tableau de valeur de la fonction linéaire de coefficient 2, on obtient :

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-4	-2	0	2	4	6

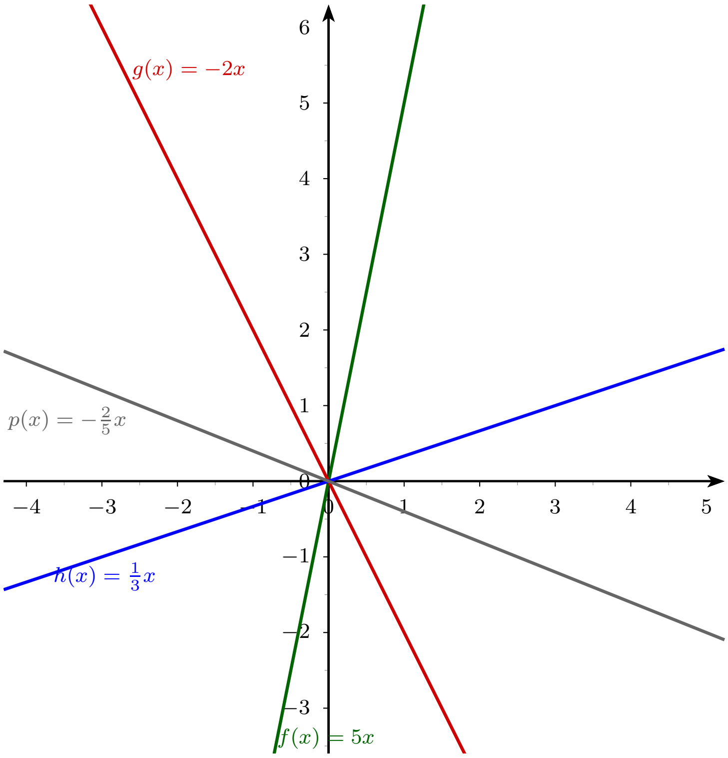
$\times 2$ $\quad \times 2$

Comme $f(x) = 2 \times x$, il est évident que ce tableau sera un tableau de proportionnalité, dont le coefficient de proportionnalité sera le coefficient de la fonction linéaire !

Plus généralement, une fonction linéaire représente une situation de proportionnalité.

coefficient de la fonction linéaire = coefficient de proportionnalité

III - Représentations graphiques de fonctions linéaires



On a représenté ci-contre les fonctions :

$f : x \longmapsto 5x$

$g : x \longmapsto -2x$

$h : x \longmapsto \dfrac{1}{3}x$

$p : x \longmapsto -\dfrac{2}{5}x$

À chaque fois, on obtient des droites qui passent par l'origine du repère, mais dont les inclinaisons sont différentes :

Si le coefficient a est positif, la droite monte,

si le coefficient a est négatif, la droite déscend.

En regardant d'autres exemples on remarque même que :

- Le coefficient 1 (qui donne la fonction $x \longmapsto x$) donne la diagonale (45° par rapport aux axes).
- Si le coefficient est plus grand que 1, la droite monte « plus vite ».
- Si le coefficient est entre 0 et 1, la droite monte, mais avec une pente douce.
- Le coefficient -1 (qui donne la fonction $x \longmapsto -x$) donne l'autre diagonale (135° par rapport aux axes).
- Si le coefficient est plus petit que -1, la droite descend « plus vite ».
- Si le coefficient est entre 0 et -1, la droite descend, mais avec une pente douce.

Comme ce coefficient détermine la direction de la droite, on l'appelle le **coefficient directeur**.

$\Rightarrow$ Si une fonction est linéaire, alors sa courbe est une droite qui passe par l'origine.

$\Leftarrow$ Si une fonction est représentée par une droite qui passe par l'origine, alors c'est une fonction linéaire.

Entraînez-vous à trouver le coefficient directeur en éclatant des ballons sur GeoGebra !
Jeu en ligne

Ce qu'il faut retenir

- *Une* **fonction linéaire est de la forme** $x \longmapsto ax$.
- *La représentation graphique d'une fonction linéaire est toujours une* **droite qui passe par l'origine du repère** *(propriété caractéristique).*
- *C'est la valeur du coefficient directeur* a *qui détermine la* **direction de la droite** *(« comment elle est penchée », on dit aussi sa* **pente***).*
- *Une fonction linéaire modélise une* **situation de proportionnalité**.