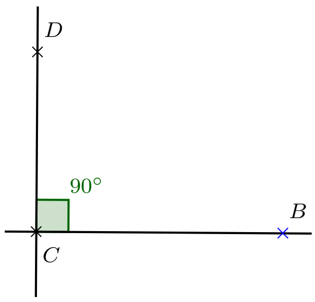
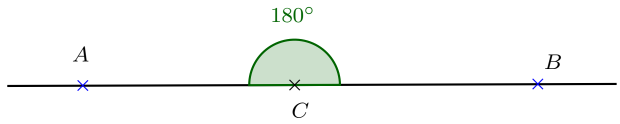
Angles

I - Calculs d'angles

Un angle droit vaut 90°
Un angle plat vaut 180°



$\widehat{DCB} = 90°$



Si les points A, C et B sont alignés dans cet ordre, $\widehat{ACB} = 180°$

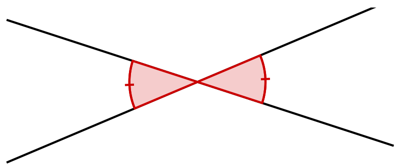
Définition

- *Deux angles dont la somme vaut 90° sont* **complémentaires**.
- *Deux angles dont la somme vaut 180° sont* **supplémentaires**.

Définition

Deux angles sont dits angles **opposés par le sommet** *si :*

- *ils ont le même sommet*
- *ils sont formés par deux droites sécantes*
- *les côtés de l'un sont les prolongements des côtés de l'autre.*



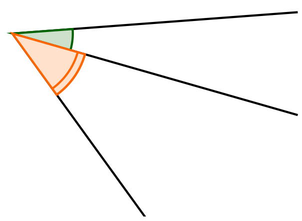
Deux angles opposés par le sommet ont toujours même mesure.

Démonstration : Notons S le sommet commun des deux angles. Alors ces angles sont symétriques par rapport à S. Comme la symétrie centrale conserve les mesures d'angles, ils ont la même mesure.

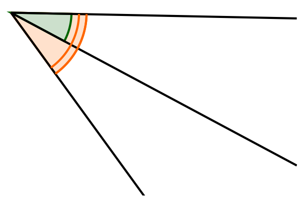
Définition

Deux angles sont **adjacents** *si :*

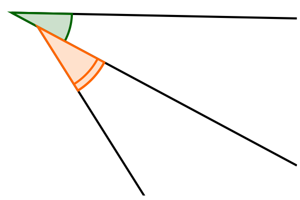
- *ils ont le même sommet*
- *ils ont un côté en commun*
- *ils sont de part et d'autre du côté commun*



Les angles marqués sont adjacents

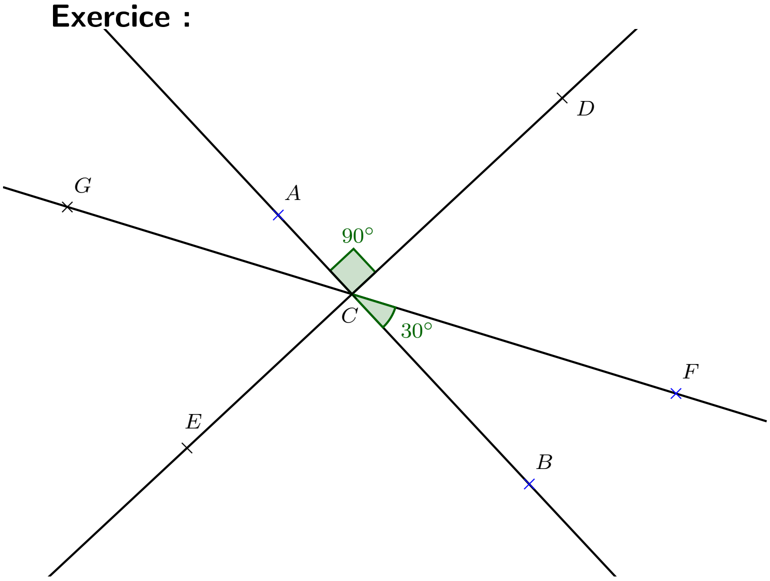


Les angles marqués ne sont pas adjacents : ils sont du même côté du côté commun



Les angles marqués ne sont pas adjacents : ils n'ont pas le même sommet

Exercice :



Sur le dessin si-contre, les droites (AB) et (DE) sont perpendiculaires. Les droites (AB), (DE) et (GF) sont concourantes en C.

$\widehat{BCF} = 30°$

$\widehat{DCF} = 90° - 30° = 60°$

$\widehat{DCE} =$ 180° car c'est un angle plat.

$\widehat{GCA} =$ 30° car il est opposé par le sommet à $\widehat{BCF}$

$\widehat{ECB} =$ 90° car (AB) et (ED) sont parallèles.

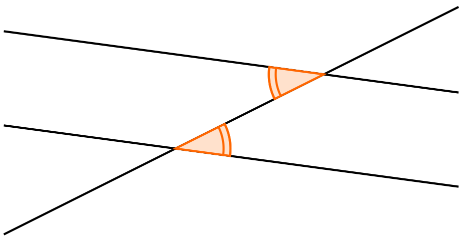
II - Angles particuliers

Définition

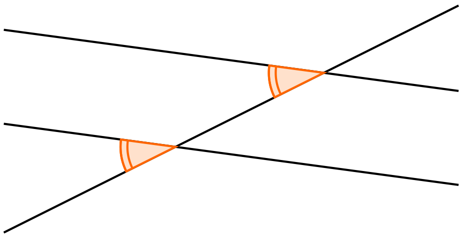
Lorsque deux droites sont coupées par une sécante, on créé des paires d'angles particuliers :*

- ★ *des angles* **alternes-internes** *(il sont entre les deux droites parallèles, mais de part et d'autre de la sécante)*
- ★ *des angles* **correspondants** *(il sont du même côté de la sécante, mais formés par chacune des deux droites parallèles. Ils se superposent si on glisse le long de la sécante)*

* La sécante est la droite qui coupe les deux autres droites.



Alternes-internes



Correspondants

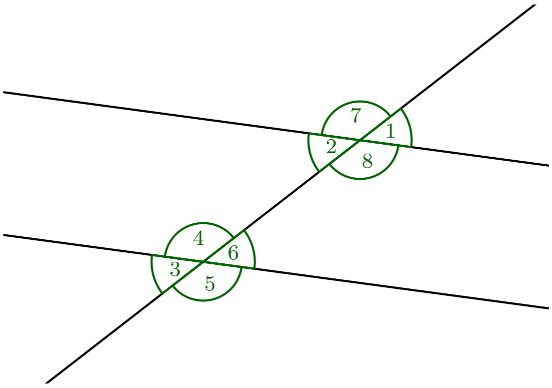
Théorème

⇒ Si les deux droites sont parallèles, alors les angles alternes-internes sont égaux.

⇐ Si les angles alternes-internes sont égaux, alors les deux droites sont parallèles.

Ceci est également vrai pour les angles correspondants.

Exercice :



Sur la figure ci-contre, on a deux droites parallèles et une sécante. Colorier d'une même couleur les angles qui sont égaux. Complétez les phrases suivantes :

Les angles 1 et 2 sont opposés par le sommet

Les angles 7 et 4 sont correspondants

Les angles 4 et 5 sont opposés par le sommet

Les angles 4 et 8 sont alternes-internes

Les angles 2 et 6 sont alternes-internes

Il n'y a pas d'exercices sur ce thème dans votre livre, mais nous utilisons des livres en ligne :

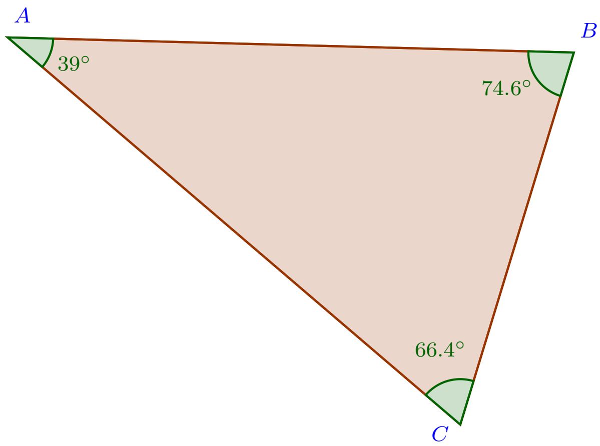
Premier livre à ouvrir page 312

Exercices : 1, 2,3,4

Plus d'exercices

III - Somme des angles d'un triangle

Chaque élève de la classe a tracé un triangle quelconque, puis a mesuré avec un rapporteur ses 3 angles ; il a ensuite fait la somme des 3 valeurs obtenues.



Rappel : pour vérifier qu'on a bien utilisé les bonnes graduations du rapporteur, il **faut** vérifier qu'un angle qui semble aigu a bien une mesure entre 0°et 90°, et qu'un angle qui semble obtu a bien une mesure entre 90°et 180°.

$$39° + 74,6° + 66,4° = 180°$$

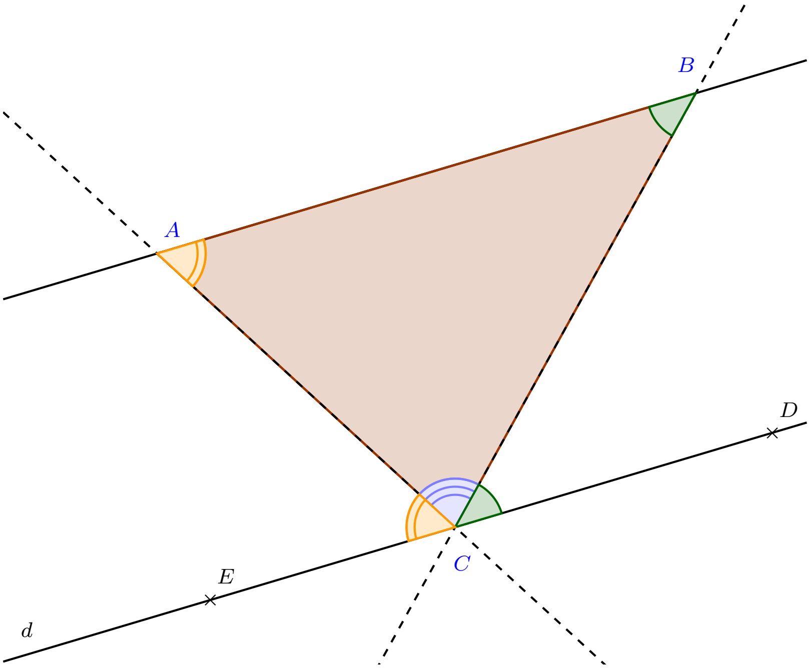
Dans la classe, tout le monde a trouvé des valeurs très proches de 180°.

Définition

> *Une* ***conjecture*** *est un énoncé que l'on pense vrai (parce qu'on a testé un certain nombres de situations, et que ça semble fonctionner), mais qu'on n'a pas démontré.*

Ici, on peut faire la **conjecture** que pour n'importe quel triangle, la somme de ses angles est égale à 180°.

Essayons maintenant de démontrer cette propriété :



- On construit un triangle ABC quelconque.
- On trace la droite (DE), parallèle à (AB) passant par C.

On a alors deux droites parralèles coupées par deux sécantes. Cela forme des angles alternes-internes et des angles correspondants égaux.

En particulier, les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACE}$ sont alternes-internes donc égaux ; et les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACE}$ sont alternes-internes donc égaux.

Par construction, les angles $\widehat{ECA}$, $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BCD}$ sont adjacents, et leur somme vaut 180°(car les 3 ensemble forment un angle plat).

Cela montre que la somme des 3 angles de n'importe quel triangle vaut toujours 180°.

Maintenant que nous l'avons démontrée, ce n'est plus une conjecture mais un théorème !

Théorème

La somme des 3 angles d'un triangle vaut toujours 180°

Exercices

1. *Calculer la valeur des angles d'un triangle équilatéral.*
2. *Démontrer que les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.*

1. Dans un triangle équilatéral, tous angles ont la même valeur. Notons cette valeur x. Alors on sait que $x + x + x = 180°$.

   $x + x + x = 3x = 180°$, cela revient à l'opération à trou $3 \times \ldots = 180°$.

   La réponse est donc $x = 60°$ car $3 \times 60 = 180$.

2. Dans un triangle rectangle, un des angles est droit donc vaut 90°. Notons α le deuxième angle et β le troixième angle.

   Alors on sait que $90° + \alpha + \beta = 180°$, donc $\alpha + \beta = 90°$. Cela signifie que α et β sont complémentaires.

Exercices n°45, 47, 51 et 52 page 192, n°54 page 193