

# Soustraire des nombres relatifs

## I - La soustraction pour les nombres positifs

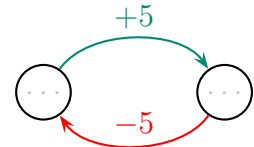
On connaît la soustraction depuis la primaire. On peut même expliquer ce que c'est de plusieurs manières :

1. Soustraire c'est **enlever** une partie de ce qu'on a.

*Par exemple, « j'ai 10 bonbons et j'en donne 4 à Paul » correspond à la différence  $10 - 4$ .*

2. La soustraction est l'opération **inverse de l'addition**.

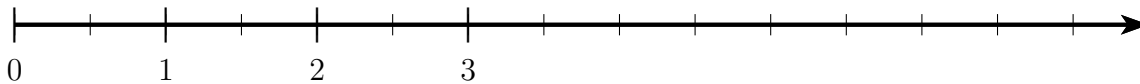
*J'ai ajouté 5 par erreur. Pour corriger mon erreur je dois soustraire 5.*



**Remarque :** C'est pour cela que la soustraction est l'opération à effectuer pour compléter une addition à trou.

*Par exemple pour résoudre : «  $5 + \dots = 189,2$  », on effectue la soustraction :  $189,2 - 5$ .*

3. Sur un axe gradué, comme ajouter 1 revient à se décaler de 1 à droite, **soustraire 1 revient à se décaler de 1 à gauche**.



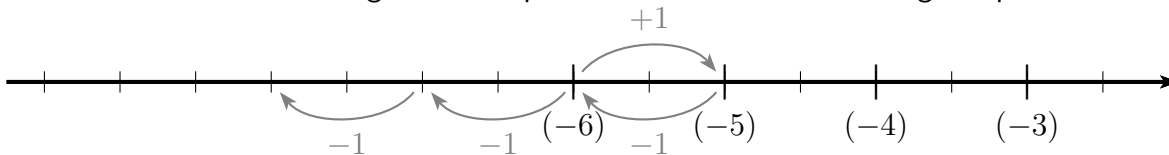
## II - Comment soustraire des nombres négatifs ?

Réfléchissons par exemple à :  $(-5) - (-2) = ?$      $(-5) - 3 = ?$      $3 - (-2) = ?$

- En définissant la soustraction comme l'action d'enlever une quantité, on peut réaliser des soustractions comme  $-5 - (-2)$  : J'ai 5 tuiles rouges, j'en enlève 2, il reste 3 tuiles rouges  $(-3)$



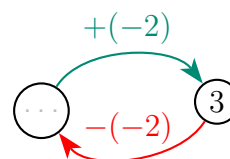
- En utilisant une droite graduée, on peut soustraire des nombres négatifs par des nombres positifs :  $(-5) - 3$



On part du point d'abscisse  $(-5)$ , on se décale de 3 unité à **gauche** :  $(-5) - 3 = (-8)$

- La soustraction  $3 - (-2)$  correspond à l'addition à trou

$$\dots + (-2) = 3$$



Or la « guerre des relatifs » indique que lorsque 2 soldats négatifs rencontrent un armée inconnue et que l'issue du combat est qu'il reste 5 soldats positifs, alors l'armée inconnue était positive, et assez forte pour qu'il reste 3 soldats à la fin : c'est 5.

On peut aussi voir cela autrement :

On sait que  $\color{red}{\blacksquare} \color{red}{\blacksquare} \color{green}{\blacksquare} \color{green}{\blacksquare} = 0$ , donc  $\color{green}{\blacksquare} \color{green}{\blacksquare} \color{green}{\blacksquare} = \color{green}{\blacksquare} \color{green}{\blacksquare} \color{red}{\blacksquare} \color{red}{\blacksquare} \color{green}{\blacksquare} \color{green}{\blacksquare}$

Maintenant on peut enlever  $\color{red}{\blacksquare} \color{red}{\blacksquare}$ , et il reste  $\color{green}{\blacksquare} \color{green}{\blacksquare} \color{green}{\blacksquare} \color{green}{\blacksquare}$

En traduisant cela avec des calculs, on obtient une démonstration du fait que  $3 - (-2) = 3 + 2$  :

$$\begin{aligned} 3 - (-2) &= 3 + 0 - (-2) \dots \text{ici nous avons simplement ajouté zéro, ça ne change pas la valeur du résultat} \\ &= 3 + 2 + (-2) - (-2), \dots \color{red}{0 = 2 + (-2)}, \text{ c'est la définition du nombre } -2 \\ &= 3 + 2 + [(-2) - (-2)], \dots \text{on peut effectuer la soustraction d'abord} \\ &= 3 + 2 + [0], \dots \text{d'après la propriété encadrée plus haut} \\ 3 - (-2) &= 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

### Exemples

a)  $(-1) - (-2) = 1$



b)  $(-3) - 2 = -5$



c)  $2 - 4 = -2$



Si on reprend l'analogie avec la guerre entre les armées positives et les armées négatives :

Soustraire  $(-5)$  revient à « tuer » 5 soldats de l'armée négative. Qui est capable de faire cela ? 5 soldats de l'armée positive ! Donc soustraire (c'est à dire enlever ou tuer)  $(-5)$  revient à additionner (ou ajouter) 5.

$$\dots - (-5) = \dots + 5$$

Soustraire un nombre revient à ajouter son opposé.

### Exemples

a)  $(-3) - 2 = (-3) + (-2) = -5$

d)  $(-6) - 9 = -6 + (-9) = -15$

b)  $2 - 4 = 2 + (-4) = -2$

e)  $12 - (-3) = 12 + 3 = 15$

c)  $(-1) - (-2) = (-1) + 2 = 1$

f)  $1 - (-8) = 1 + 8 = 9$

## III - Priorités opératoires

Lorsqu'une expression ne contient que des additions, on peut faire les calculs dans l'ordre que l'on veut.

Maintenant qu'on sait « transformer » une soustraction en addition, on va pouvoir réorganiser aussi les mélanges d'additions et de soustraction.

### Exemples

★  $3 + 5 - 12 + 32 - 6 - (-7) = 3 + 5 + (-12) + 32 + (-6) + 7$

*On peut alors rassembler intelligemment (par exemple les compléments à 10), ou bien ajouter les positifs ensemble et les négatifs ensemble pour finalement n'avoir qu'une soustraction à effectuer :*

$$3 + 5 + (-12) + 32 + (-6) + 7 = 7 + 3 + 5 + 32 + (-12) + (-6) = 47 + (-18) = 47 - 18 = 29$$

★  $4x + x^2 - 2x - 6 - 3x^2 + 4 - x = \underline{4x} + \underline{x^2} + \underline{(-2x)} + \underline{(-6)} + \underline{(-3x^2)} + \underline{4} + \underline{(-x)}$   
 $= \underline{x^2} + \underline{(-3x^2)} + \underline{4x} + \underline{(-2x)} + \underline{(-x)} + \underline{(-6)} + \underline{4}$   
 $= \underline{(-2x^2)} + \underline{x} + \underline{(-2)}$