

Les nombres

I - L'écriture décimale des nombres

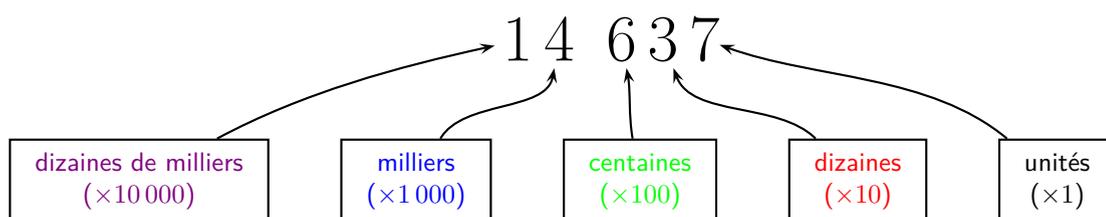
Voir les rappels de primaire page 18 du livre

Pour écrire les nombres, nous utilisons dix chiffres : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 0.

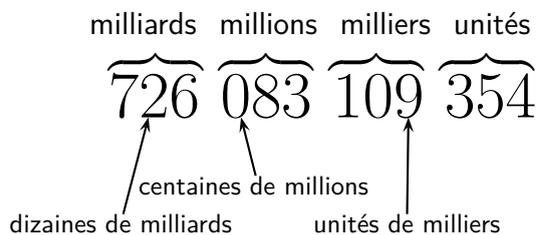
Quand on veut écrire un nombre supérieur à 9, on utilise plusieurs chiffres : 10, 11, 25, 42, 196, etc.

Le chiffre le plus à droite représente alors l'**unité**, le suivant (à gauche de l'unité) est le chiffre des **dizaines**. Par exemple dans le nombre 52, il y a 2 unités (c'est-à-dire 2 fois le nombre 1) et 5 dizaines (c'est-à-dire 5 fois le nombre 10) :

$$52 = 5 \times 10 + 2 \times 1 \quad \text{cinquante-deux c'est 5 dizaines et 2 unités}$$



On regroupe les chiffres par paquets de 3 : unités/dizaines/centaines :



Exercices page 32 et page 34 et 35

II - Les nombres décimaux

a. Introduction

Les nombres entiers permettent de compter des objets. Par exemple « Il y a 3 pommes dans ce panier ». Mais que se passe-t-il si on a moins qu'une pomme ? Un morceau de pomme par exemple ?

Dans le système décimal, tout est composé de 10 morceaux : dans une dizaine, il y a 10 unités ; dans une centaine, il y a 10 dizaines...

Il est donc tout naturel d'essayer de couper une unité en 10 morceaux. Les morceaux obtenus s'appellent des **dixièmes**. On peut donc prendre la quantité 5 dizaines, 3 unités et 4 dixièmes.

Problème Si on se contente de mettre les chiffres les uns à côté des autres, on obtient 534 (cinq-cent-trente-quatre), ce n'est pas la bonne quantité ! Les mathématiciens ont donc choisi d'ajouter un symbole qui permet de repérer le chiffre des unités dans un nombre : la virgule.

« 5 dizaines, 3 unités et 4 dixièmes » s'écrit 53,4

La virgule est **toujours** placée entre le chiffre des unités et le chiffre des dixièmes.

Un peu d'histoire

Les nombres décimaux sont utilisés depuis très longtemps (plusieurs siècles avant notre ère), mais étaient écrits différemment.

Au Moyen Âge, avant l'apparition de l'imprimerie, les mathématiciens utilisaient une barre (« ¯ ») pour surligner la partie entière d'un nombre.

Son utilisation serait attribuée au savant perse Al-Khwârizmî (780 - 850).

Par exemple le nombre 5 dizaines, 3 unités et 4 dixièmes se serait écrit 534¯

Cette notation a ensuite été remplacée par une petite barre verticale qui a été transformée en virgule par les imprimeurs (au XVI^{ème} siècle). L'écriture actuelle des nombres a été officialisée en 1975.

B. — *Ecriture des nombres.* — Dans les nombres, la virgule est utilisée seulement pour séparer la partie entière des nombres de leur partie décimale. Pour faciliter la lecture, les nombres peuvent être partagés en tranches de trois chiffres (à partir de la virgule s'il y en a une); ces tranches ne sont jamais séparées par des points ni par des virgules. La séparation en tranches n'est pas employée pour les nombres de quatre chiffres désignant une année.

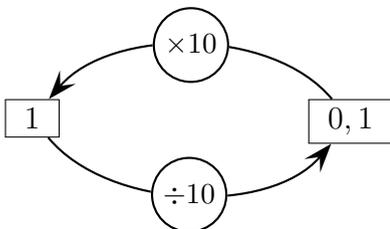
Page 43 sur 64 du Journal officiel de la République française n°0297 du 23 décembre 1975.

b. Vocabulaire

Définition

Un dixième (noté $\frac{1}{10}$ ou 0,1) est le nombre qu'il faut prendre 10 fois pour obtenir 1.

Autrement dit, dix fois un dixième est égal à un, $10 \times 0,1 = 1$ ou encore $10 \times \frac{1}{10} = 1$



Cela revient au même que de dire que l'unité a été coupée en 10 pour faire un dixième.

De la même manière qu'on a découpé l'unité en dix dixièmes, on peut découper un dixième en dix **centièmes**, un centième en dix **millièmes**...

Nom	unité	dixième	centième	millième	dix-millième	cent-millième	millionième
Écriture décimale	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001
Écriture fractionnaire	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	$\frac{1}{100000}$	$\frac{1}{1000000}$

Définition

Une **fraction décimale** est une fraction dont le dénominateur est un multiple de 10.

Les dixièmes, les centièmes, les millièmes, etc. sont donc des fractions décimales.

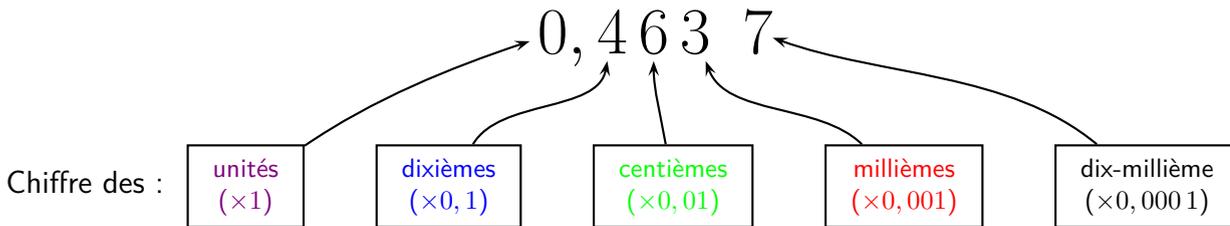
On obtient un tableau de numération complet :

Unité = 1 = un Dizaine = 10 = dix Centaine = 100 = cent Millier = 1 000 = mille Dix-mille = 10 000 Cent-mille = 100 000...

Partie entière												Partie décimale					
Milliards			Millions			Milliers			Unités			dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes	cent-millièmes	milliomillièmes
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités						

Dixième = $\frac{1}{10} = 0,1$ Centième = $\frac{1}{100} = 0,01$ Millième = $\frac{1}{1000} = 0,001$ Dix-millième = $\frac{1}{10000} = 0,0001$ Cent-millième = $\frac{1}{100000} = 0,00001 \dots$

En plaçant des chiffres dans ces colonnes, on constitue un **nombre décimal**.



Exercices n°50, 51 et 53 page 84, et 56 et 57 page 85

c. Décomposer un nombre décimal

Définition

Un **nombre décimal** est un nombre qu'on peut écrire sous forme de fraction décimale.

Exemple

En plaçant 3,6 dans le tableau de numération, on voit qu'il est égal à 3 unités et 6 dixièmes. Comme il y a 10 dixièmes dans une unité, 3 unités font 30 dixièmes $\left(3 = \frac{30}{10}\right)$.

$$\text{Conclusion : } 3,6 = \frac{30}{10} + \frac{6}{10} = \frac{36}{10}$$

On peut décomposer un nombre décimal en somme de fractions décimales :

$$0,4637 = 0 + \frac{4}{10} + \frac{6}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{7}{10000}$$

On peut décomposer un nombre de multiples façons :

$$5,4637 = 5 + 0,4637 = 5 + \frac{4637}{10000} = 5 \times 1 + 4 \times 0,1 + 6 \times 0,01 + 3 \times 0,001 + 7 \times 0,0001$$

Exercices n°11 et 13 page 80 et n°24, 25, 32 page 82 et 43 page 83 et 58, 59 et 62 page 85