

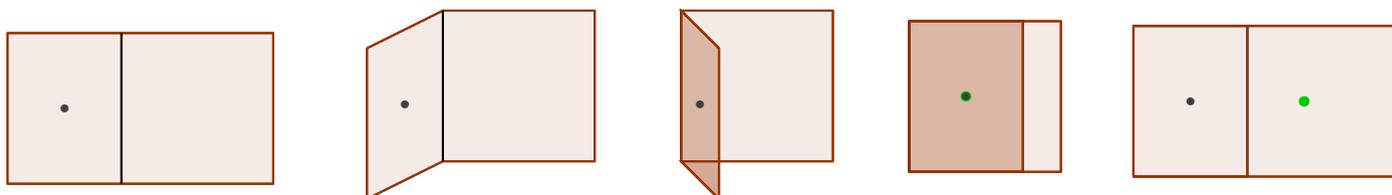
Symétrie axiale

I - Définitions

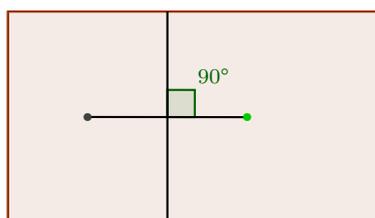
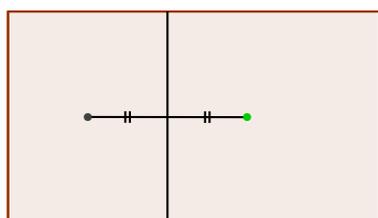
Définition

Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite**, si elles se superposent parfaitement quand on plie la feuille le long de la droite.

Que se passe-t-il pour un point ?

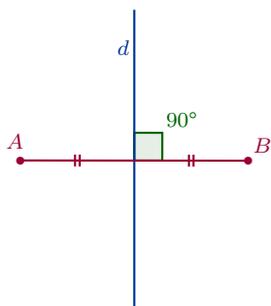


On remarque qu'en pliant la feuille, on obtient un deuxième point, de l'autre côté de la droite de pliage. Si on relie ces deux points, on obtient un segment qui a les propriétés suivantes :



- il est coupé par la droite de pliage en son milieu
- il est perpendiculaire à la droite de pliage.

Ces propriétés correspondent à la définition de la **médiatrice** d'un segment. Quelques rappels :



Définition

La **médiatrice** d'un segment est la droite qui coupe ce segment **perpendiculairement en son milieu**.

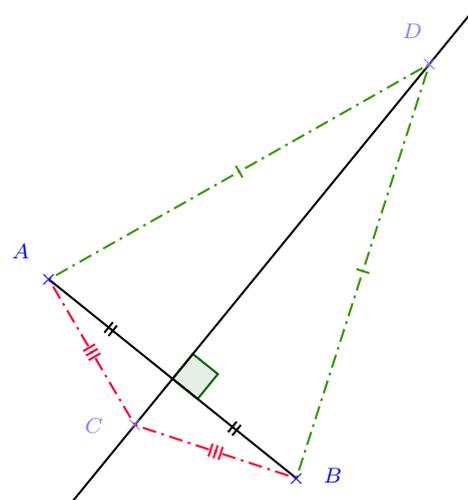
Sur le dessin, la droite d est la médiatrice du segment $[AB]$.

Théorème (Propriété d'équidistance de la médiatrice)

La médiatrice d'un segment $[AB]$ est l'ensemble des points qui sont à la même distance du point A et du point B .

Cela signifie que :

- Si un point M est sur la médiatrice du segment $[AB]$, alors j'en déduis que $MA = MB$.
- Si on sait que les longueurs NA et NB sont égales, alors le point N est sur la médiatrice du segment $[AB]$



On peut donc reformuler la définition de symétrique :

Définition

Le symétrique du point A par rapport à une droite d est le point B tel que d est la médiatrice du segment $[AB]$.

II - Vocabulaire

- Lorsqu'on construit un point (ou une figure) à partir d'un autre point (ou figure), on dit qu'on applique une **transformation**. Le nouveau point est **l'image** du point de départ.
- La **symétrie axiale** est une transformation qui correspond à un pliage. C'est aussi ce qu'on observe quand un objet se reflète dans un miroir :



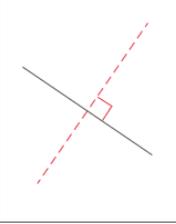
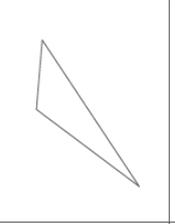
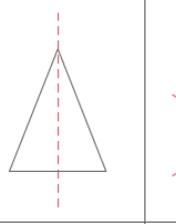
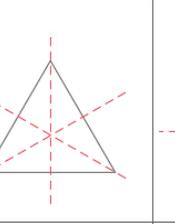
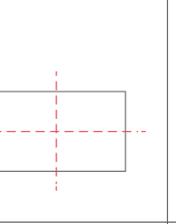
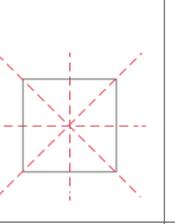
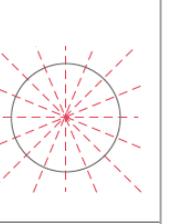
- L'**axe de symétrie** est la droite le long de laquelle on plie la feuille. C'est la médiatrice de chaque segment qui relie un point et son image.
- L'**image d'une figure par une symétrie axiale** est la figure qui se superpose parfaitement à la figure de départ quand on plie le long de l'axe.
- Lorsqu'un point se nomme A , on note très souvent son symétrique A' (se lit « A prime »).

III - Axe de symétrie d'une figure

Définition

On dit qu'une figure a un axe de symétrie si elle est le symétrique d'elle-même par cet axe.

Exemples : (source Kartable.fr)

						
Un segment a deux axes de symétrie : la droite portant le segment et la médiatrice de ce segment.	Un triangle quelconque n'a pas d'axe de symétrie.	Un triangle isocèle a un axe de symétrie.	Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie.	Un rectangle a deux axes de symétrie.	Un carré a quatre axes de symétrie.	Un cercle a une infinité d'axes de symétrie.

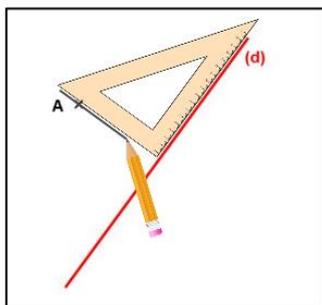
IV - Comment construire un symétrique ?

Une figure géométrique étant un ensemble de points, il suffit de tracer le point symétrique de chaque point et de relier les symétriques des points qui sont reliés sur la figure initiale pour avoir le symétrique de cette figure.

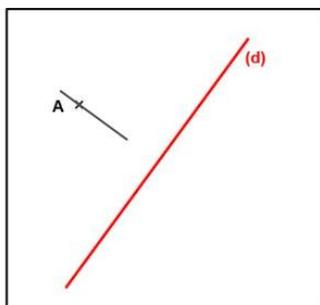
a. Avec une équerre et une règle (ou un compas)

Pour tracer le symétrique du point M par rapport à la droite d , on fait glisser son équerre le long de la droite d jusqu'à être sur le point M , on trace la perpendiculaire, que l'on prolonge de l'autre côté de la droite d . On mesure le long de la droite que l'on vient de tracer la distance entre le point M et la droite d , puis on reporte cette longueur de l'autre côté.

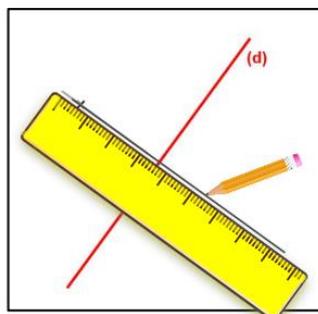
Ceci est expliqué avec des animations sur le site mathenpoche (cliquez ici)



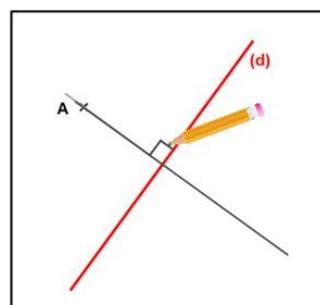
- on place bien l'équerre
- on trace le début de la droite



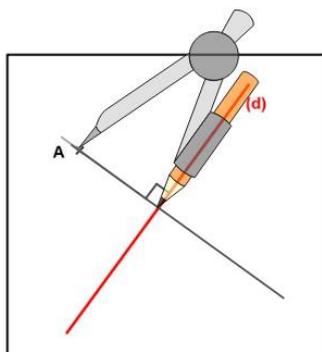
- on peut enlever l'équerre



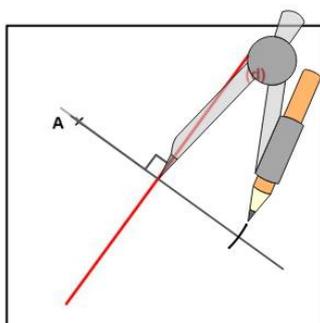
- on utilise la règle pour prolonger proprement la droite au crayon à papier



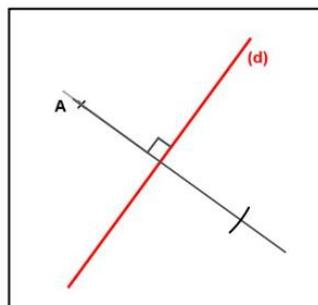
- on dessine un joli angle droit



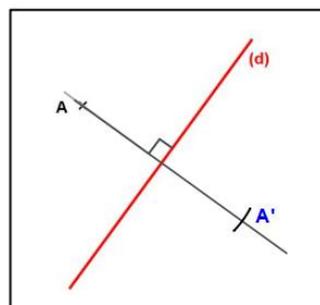
- on prend au compas l'écartement entre le point A et l'axe (d)



- on reporte au compas cet écartement de l'autre côté de l'axe (d)



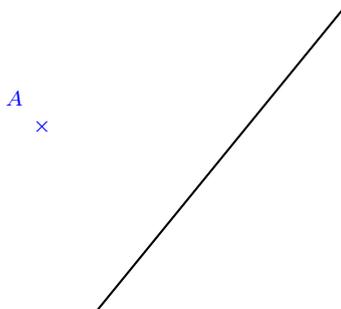
- on range le compas
- c'est presque terminé



- on écrit le nom du symétrique A' (sans rajouter de croix, on l'a déjà !)

b. Avec le compas

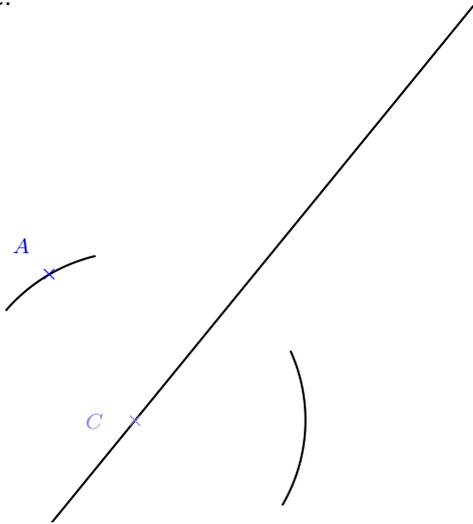
La propriété d'équidistance des médiatrices permet de trouver le symétrique en reportant des longueurs. Quel instrument utilise-t-on pour reporter des longueurs ? Le compas !



Le point A et la droite d sont tracés et qu'on veut tracer le point A' (symétrique du point A par rapport à la droite d) uniquement avec un compas.

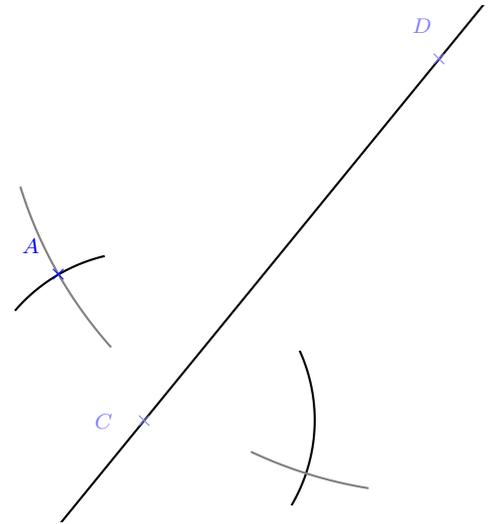
Comme d sera la médiatrice du segment $[AA']$, en piquant n'importe où sur d et en écartant jusqu'à A , je sais que le point A' sera sur le cercle (équidistance).

On pique n'importe où sur la droite (par exemple ici en C). On écarte le compas jusqu'au point A , puis on reporte cet écartement de l'autre côté de la droite en faisant un arc de cercle.



On fait ensuite exactement de même avec un autre point (ici D).

L'intersection de mes deux arcs de cercles est le point B , symétrique du point A par rapport à la droite.



V - Propriétés de conservation de la symétrie

Le symétrique d'une figure par rapport à une droite est une figure similaire : les dimensions et la forme globale sont les mêmes qu'au départ, elle a simplement été déplacée et inversée. On dit que les mesures (comme les longueurs ou les angles) sont conservées.

- Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.
- Le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.
- Les symétriques de plusieurs points alignés sont aussi des points alignés.