Grandeurs et unités

I - Introduction

Question

Peut-on additionner :

- *des heures et des secondes ?*
- *des litres et des mètres cube ?*
- *des centimètres et des kilogrammes ?*
- *des mètres et des mètres carré ?*

Réponses : Oui ; Oui ; Non ; Non

Observe la liste de mots suivante :

- ⋆ angle
- ⋆ centimètre
- ⋆ dollar
- ⋆ duré
- ⋆ euro
- ⋆ hectare
- ⋆ heure
- ⋆ kilogramme
- ⋆ litre
- ⋆ longueur
- ⋆ mètre
- ⋆ mètre carré
- ⋆ mètre cube
- ⋆ gramme
- ⋆ poids
- ⋆ prix
- ⋆ distance
- ⋆ seconde
- ⋆ surface
- ⋆ taille
- ⋆ temps
- ⋆ température
- ⋆ vitesse
- ⋆ volume
- ⋆ kilomètre par heure
- ⋆ degré
- ⋆ degré Celsius
- ⋆ degré Fahrenheit

Certains d'entre eux sont des **unités**, les autres correspondent à ce que l'on peut mesurer avec ces unités (des **grandeurs**).

Exercice : Range ces mots dans un tableau, en faisant correspondre chaque grandeur avec sa ou ses unité(s).

Correction :

Les grandeurs que l'on rencontre en cours de mathématiques (notamment en géométrie) :

Grandeurs	longueur taille distance	surface	volume	angle
Unités	centimètre mètre	mètre carré hectare	litre mètre cube	degré

Des grandeurs que l'on voit plutôt en cours de physique (pour étudier « le monde réel ») :

Grandeurs	durée temps	température	vitesse	prix	poids
Unités	seconde heure	degré Celsius degré Farenheit	kilomètre par heure	euro dollar	kilogramme

Remarque :
1 tonne = 1 000 kg

II - La mémoire informatique [Hors programme]

La capacité de mémoire informatique s'exprime en **octets**. Les ordinateurs reçoivent l'information de façon binaire : il y a du courant électrique (1) ou il n'y en a pas (0). On représente cette information par une suite de 0 et de 1. Chaque emplacement qui permet de retenir 0 ou 1 s'appelle un bit (contraction de "binary digit"). Un octet est une suite 8 bits. Il permet d'encoder un caractère par exemple avec le code ASCII :

Code Binaire	Caractère
00101110	.
00101111	/
00110000	0
00110001	1
00110010	2
00110011	3
00110100	4
00110101	5
00110110	6
00110111	7
00111000	8
00111001	9
00111010	:
00111011	;
00111100	$<$
00111101	$=$
00111110	$>$
00111111	?
01000000	@

Code Binaire	Caractère
01000001	A
01000010	B
01000011	C
01000100	D
01000101	E
01000110	F
01000111	G
01001000	H
01001001	I
01001010	J
01001011	K
01001100	L
01001101	M

Code Binaire	Caractère
01001110	N
01001111	O
01010000	P
01010001	Q
01010010	R
01010011	S
01010100	T
01010101	U
01010110	V
01010111	W
01011000	X
01011001	Y
01011010	Z
00100000	espace

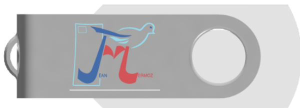
Peux-tu décoder :

01010110 00100000
01001001 01001100
01110110 01000101
01000101 01010011

00100000 01010100
01001101 01001000
01000001 01010011

Pour pouvoir enregistrer un document complet, il faut donc un très grand nombre d'octets ! C'est pour cela que l'on n'utilise jamais l'octet tout seul mais ses **multiples** (voir le paragraphe suivant).

Par exemple les clés USB vendues par le FSE ont une capacité de 32 Go.
Le préfixe G (giga) signifie $\times 1\,000\,000\,000$ (programme de 3ème).
Dans ces clés USB il y a donc $32 \times 8 \times 1\,000\,000\,000 = 256\,000\,000\,000$ bits



III - Table des multiples et sous-multiples

Toutes les unités peuvent être adaptées aux ordres de grandeur des objets qu'on étudie. Par exemple, si on mesure des insectes, on va utiliser des millimètres, mais si on mesure des distances entre des pays, on va utiliser les kilomètres.

Les préfixes du tableau suivant peuvent être utilisés pour les mètres, mais aussi les grammes, les litres...

Préfixe	kilo	hecto	déca	[unité]	déci	centi	milli
Notation	k	h	da		d	c	m
Multiple	1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001

La ligne multiple permet de convertir en mètres, par exemple 1 km $=$ 1000 m et 1 dm $=$ 0,1 m.

Exemples

a) $40\ dam = 40 \times 10\ m = 400\ m$

b) $500\ cg = 500 \times 0,01\ g = 5\ g$

c) $28\ mm = 28 \times 0,001\ m = 0{,}028\ m$

d) $6\ mL = 6 \times 0,001\ L = 0{,}006\ L$

e) $65\ hL = 65 \times 100\ L = 6\,500\ L$

f) $7\ mg = 7 \times 0,001\ g = 0{,}007\ g$

IV - Grandeurs mathématiques

a. Distance – Longueur

⋆ En géométrie, la distance entre deux points A et B (que l'on note AB) est une longueur, qui peut être exprimée en centimètres, mètres, etc.

⋆ Lorsque l'on place des points sur des axes, les longueurs sont en *unités de longueur* :

La longueur AB est ici égale à 3 (on n'écrit pas d'unité).

Remarque

*La distance entre deux points sur un axe est la **différence** de leurs abscisses.*

b. Surface – Aire

L'aire est la mesure d'une figure plane (en 2 dimensions) fermée que l'on peut colorier.

Définition

*Un **mètre carré** (on note « $1\,m^2$ ») est l'aire d'un carré dont les côtés mesurent un mètre.*

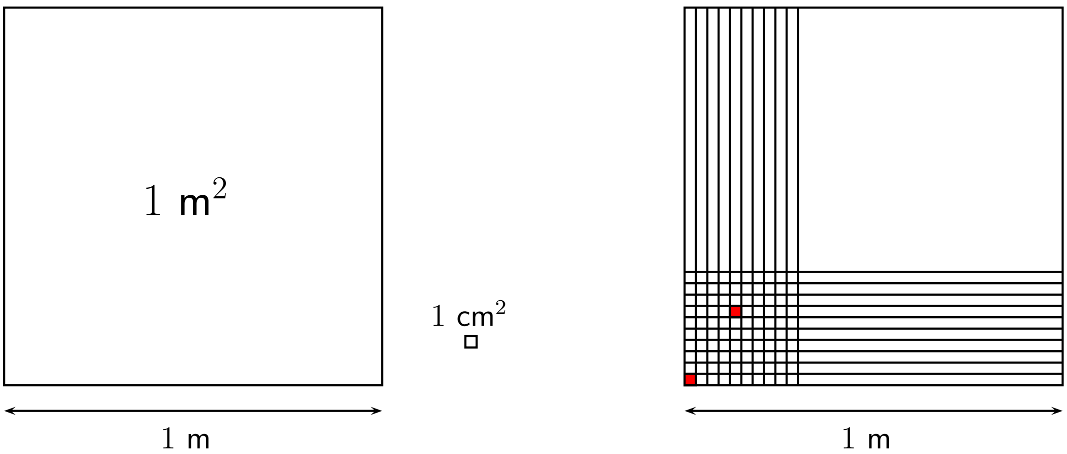
Il y a les mêmes définitions pour « centimètre carré », « kilomètre carré », ...

« au carré » signifie qu'on multiplie le nombre par lui-même.
Par exemple « cinq au carré » c'est $5^2 = 5 \times 5 = 25$

Exemple

Un rectangle de 2 cm sur 1 cm correspond à deux carrés de 1 cm de côté côte à côte. Il a donc pour aire $2\,cm^2$.

Combien faut-il de cm^2 pour faire un m^2 ?



Comme 1 m $= 100$ cm, on peut former 100 lignes et 100 colonnes, donc 100×100 carrés de 1 cm de côté.

Propriété

$1\,m^2 = 100 \times 100\,cm^2 = 10\,000\,cm^2$

Exemples

$1\,m^2 = 10\,000\,cm^2$
$1\,dam^2 = 0,1 \times 0,1\,m^2 = 0,01\,m^2$

$3,51\,m^2 = 3,51 \times 10\,000\,cm^2 = 35\,100\,cm^2$
$1\,m^2 = 10 \times 10\,dam^2 = 100\,dam^2$

On peut aussi utiliser un tableau de conversion, mais les colonnes sont cette fois séparées en deux puisque pour passer d'une colonne à l'autre, on multiplie cette fois par $10 \times 10 = 100$.

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
							3	5	1	0	0		

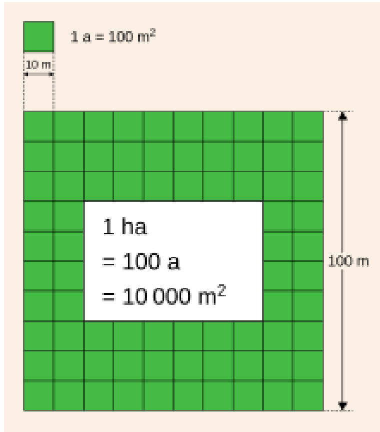
L'are (symbole a) est aussi une unité de mesure de surface.

$$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2 = 1 \text{ dm}^2$$

ce qui représente l'aire d'un carré de 10 mètres de côté.
L'are et ses subdivisions (comme le centiare, $1 \text{ ca} = 0,01 \text{ a} = 1 \text{ m}^2$) sont peu utilisés.
Le seul multiple couramment utilisé est l'hectare :

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 10\,000 \text{ m}^2$$

soit l'aire d'un carré de 100 mètres de côté.



c. Volume

Le volume peut se voir comme la quantité qui permet de remplir un objet en 3 dimensions (comme une tasse, un cylindre, un pavé droit...).

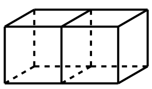
Définition

*Un **mètre cube** (on note « 1 m^3 ») est le volume d'un cube dont les arêtes mesurent un mètre.*

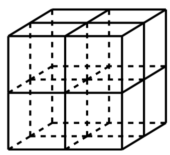
Il y a les mêmes définitions pour « centimètre cube », « kilomètre cube », ...

« au cube » signifie qu'on multiplie le nombre par lui-même 3 fois.
Par exemple « cinq au cube » c'est $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 25 \times 5 = 125$

Si on place deux petits cubes de $1\,\text{cm}^3$ l'un à côté de l'autre, on obtient un pavé droit de $2\,\text{cm}^3$.



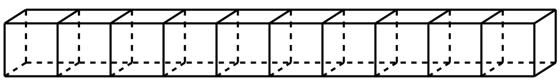
Attention ! $2\,\text{cm}^3$ n'est pas le volume d'un cube de $2\,\text{cm}$ de côté !



Il y a $8\,\text{cm}^3$ dans un cube de $2\,\text{cm}$ de côté :
Volume $= 2\,\text{cm} \times 2\,\text{cm} \times 2\,\text{cm} = 2^3\,\text{cm}^3 = 8\,\text{cm}^3$

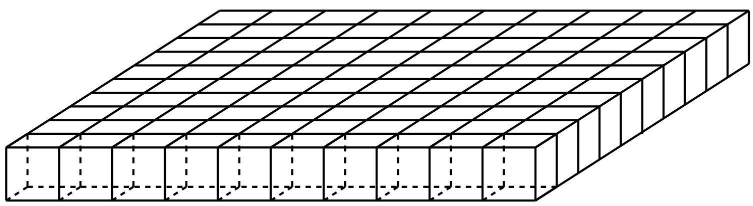
Combien y a-t-il de centimètres cubes dans un décimètre cube ?

Si on met en ligne 10 petits cubes de $1\,\text{cm}^3$, on n'obtient pas un cube de 1 dm de côté, on obtient juste une ligne de 1 dm de longueur :

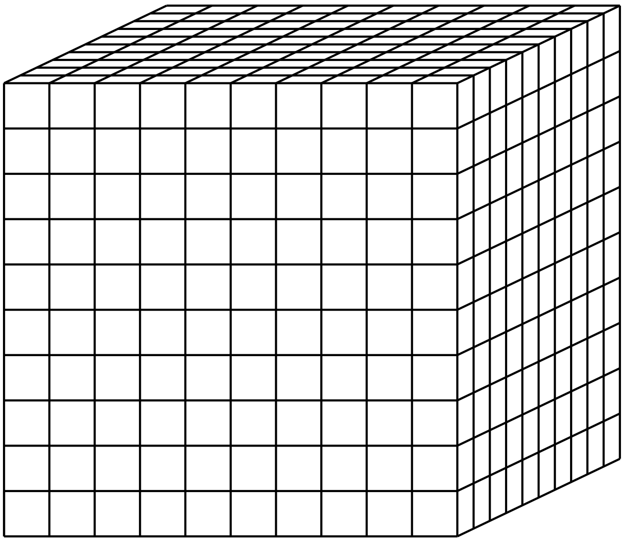


Son volume est égal à $10\,\text{cm}^3$, mais pas à $1\,\text{dm}^3$!

Pour avoir $1\,\text{dm}^3$, il faut encore aligner cette même barre 10 fois pour former un carré de 10 sur 10 cubes...



puis il faut encore empiler ce « rez-de-chaussée » 10 fois pour obtenir un cube complet.



On a $10\,\text{cm}^3$ dans une ligne, fois 10 lignes : dans le « rez-de-chaussée », il y a 100 cubes donc $100\,\text{cm}^3$. Ce « rez-de-chaussée » est répété 10 fois pour obtenir le cube, cela fait donc $100 \times 10 = 1\,000\,\text{cm}^3$.

Conclusion : $1\,\textbf{dm}^3 = 1\,000\,\textbf{cm}^3$

On peut voir cela sous cet angle : $1\,\text{dm} = 10\,\text{cm}$, donc $1\,\text{dm}^3 = (10\,\text{cm})^3 = 10\,\text{cm} \times 10\,\text{cm} \times 10\,\text{cm} = 10 \times 10 \times 10\,\text{cm} \times \text{cm} \times \text{cm} = 10^3\,\text{cm}^3$

Exemples

$1\,m^3 = 1\,000\,dm^3$ $\qquad$ $1\,m^3 = 0,000\,001\,hm^3$
$0,04\,m^3 = 40\,dm^3$ $\qquad$ $75\,m^3 = 75\,000\,000\,cm^3$

On peut aussi utiliser un tableau de conversion, mais les colonnes sont cette fois séparées en trois puisque pour passer d'une colonne à l'autre, on multiplie cette fois par $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$.

km³			hm³			dam³			m³			dm³			cm³			mm³		
											0	0	4	0						
					0	0	0	0	0	0	1									

Et les litres ?

On peut aussi voir le volume comme une contenance (ou une capacité), il est alors mesuré en litre. On peut donc passer du litre aux mètres cubes (puisque ces deux unités sont utilisées pour la même grandeur).

$$\boxed{1\text{L} = 1\,\text{dm}^3}$$

Pour retenir cette égalité, pense aux ordres de grandeur. Un litre correspond à une brique de lait ou de jus de fruit, tu peux visualiser mentalement ses dimensions.

- $1\,\text{m}^3$ est le volume d'un cube de $1\,\text{m}$ de côté : c'est beaucoup trop grand !
- $1\,\text{cm}^3$ est le volume d'un cube de $1\,\text{cm}$ de côté : c'est beaucoup trop petit...
- il faut donc prendre ce qu'il y a entre les mètres cube et les centimètres cube : les décimètres cube !

Exemples

$1\,m^3 = 1\,000\,dm^3 = 1\,000L$ $\qquad$ $4,1\,mm^3 = 0,000\,004\,1\,dm^3 = 0,000\,004\,1\,L$
$1cL = 0,01L = 0,01 \times 1\,000\,cm^3 = 10\,cm^3$ $\qquad$ $= 0,004\,1\,mL$

Sur https ://www.notre-environnement.gouv.fr/ on peut lire :
« En 2020, un Français consomme en moyenne 149 litres d'eau potable par jour, soit une consommation domestique moyenne d'environ 54 m³ par habitant par an. »

149 *L par jour* $= 149 \times 365$ *L par an* $= 54\,385$ *L par an.*
$54\,385\,L = 54\,385\,dm^3 = 54,385\,m^3$