

Aires

I - Notion d'aire (rappels du chapitre « grandeurs et mesures »)

L'aire est la mesure d'une **surface**.

Contrairement aux **longueurs** qui s'expriment en **cm** par exemple, les **aires** elles se mesurent en **cm²**.

Une unité d'aire est donc la mesure d'une surface qu'on considère comme étant égale à 1. Par exemple la surface d'un carré de côté 1 cm est la définition de 1 cm².

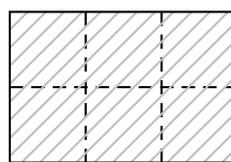
Unité d'aire



1 cm²



3 cm²



6 cm² = 3 × 2 cm²

On peut retrouver presque toutes les aires des figures géométriques en partant de l'aire d'un rectangle :



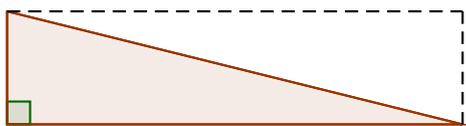
L

$$\mathcal{A}_{\text{rectangle}} = L \times l$$

Remarque : La notation $L \times l$ n'a de sens que si les lettre L et l désignent vraiment quelque chose. Si dans l'exercice les côtés d'un rectangle mesurent par exemple x et 5 , on va directement écrire $\mathcal{A}_{\text{rectangle}} = x \times 5$.

II - Triangles

Un triangle rectangle est simplement la moitié d'un rectangle :



Pour calculer son aire nous allons donc diviser l'aire du rectangle par 2.

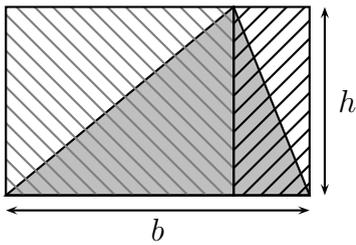
$$\mathcal{A}_{\text{triangle rectangle}} = l \times L \div 2$$

Remarque

Nous allons souvent utiliser une écriture fractionnaire pour diviser. La formule précédente donnerait donc :

$$\mathcal{A}_{\text{triangle rectangle}} = l \times L \div 2 = \frac{l \times L}{2}$$

Pour les triangles qui n'ont pas d'angle droit, on va donc les séparer en deux triangles rectangles :



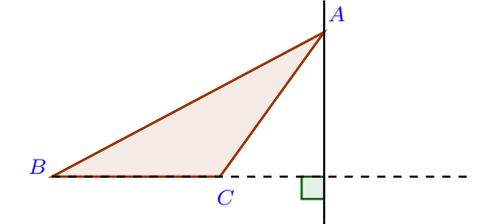
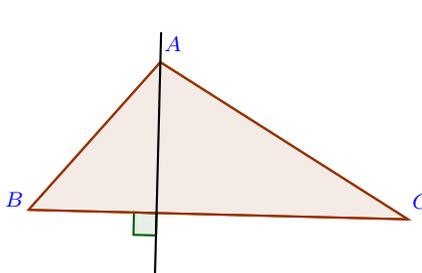
En additionnant les deux demi-rectangles, on a bien la moitié du rectangle entier, donc on a toujours la même formule :

$$A_{\text{triangle}} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$

Cette droite de séparation pour créer les deux rectangles est une hauteur du triangle.

Définition

Une hauteur de triangle est une droite qui passe par un sommet du triangle et est perpendiculaire au côté opposé.

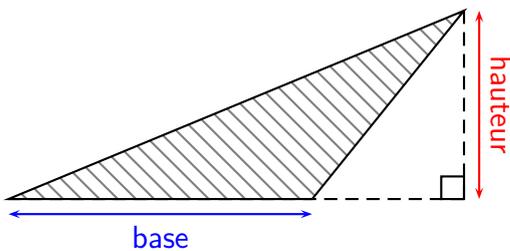


La hauteur peut être à l'extérieur du triangle.

Remarque

Un triangle a 3 hauteurs : on peut « tourner » le triangle comme on le souhaite.

Chaque hauteur est perpendiculaire à un côté du triangle, qu'on appelle base relative à cette hauteur.

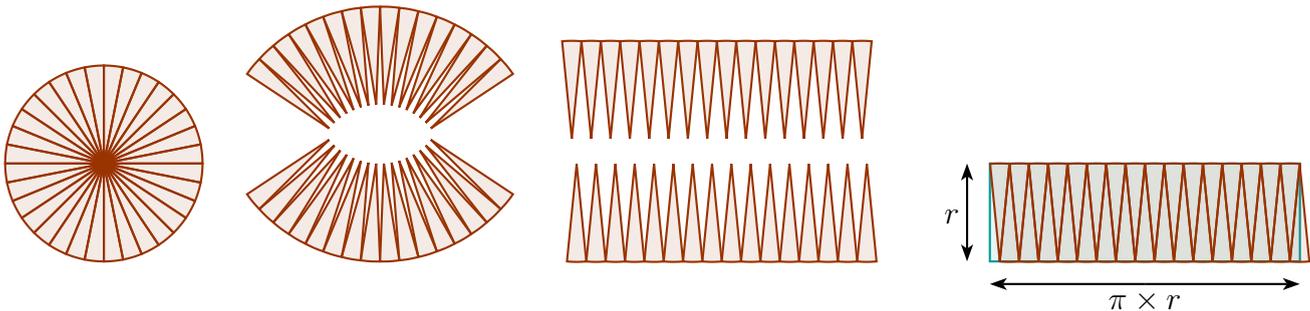


La formule pour calculer l'aire est toujours vraie même pour des triangles dont la hauteur est à l'extérieur du triangle (des triangles « tour de Pise »).

$$A_{\text{triangle}} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$

III - Cercle

animation



En coupant le disque en parts de plus en plus petites, on va se rapprocher de plus en plus du rectangle de dimensions r sur $\pi \times r$. Cela montre que la formule pour calculer l'aire d'un disque est :

$$A_{\text{disque}} = \pi \times r \times r = \pi \times r^2$$

où r est le rayon du disque.

IV - Résumé

L'aire est la mesure d'une surface, à ne pas confondre avec les longueurs et le volume.

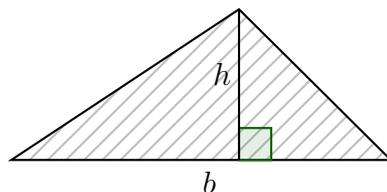
Grandeur	Longueur	Aire	Volume
Unité	cm	cm ²	cm ³
Dimension	Ligne (1 dimension)	Surface (2 dimensions)	Volume (3 dimensions)

Écrire « L'aire de la figure est 53 cm » est aussi absurde que « Je pèse 50 secondes ».

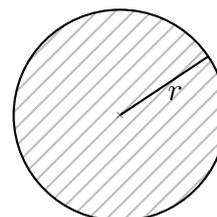
Formules à connaître par cœur



Aire du rectangle = $L \times l$



Aire du triangle = $\frac{b \times h}{2}$



Aire du disque = $\pi \times r \times r$