

Proportionnalité

I - Grandeurs proportionnelles

a. Définition

« Proportionnel » tout seul, ça ne veut rien dire. Quand on parle de proportionnalité, c'est toujours une **grandeur** qui est proportionnelle à **une autre** grandeur.

Pour bien avoir en tête ce qu'est une grandeur, voici quelques exemples de grandeurs avec un exemple d'unité :

- La taille (en cm)
- La masse (en kg)
- La vitesse (en km/h)
- La quantité (par exemple 5 pommes, 2 boîtes...)
- La mémoire informatique (en Giga Octets, noté Go)
- Le volume (en m³)
- La contenance (en litres, noté L)
- L'aire d'une surface (en m², ou hectares)

Il y a bien sûr beaucoup d'autres exemples !

Dans certaines situations, des grandeurs peuvent être reliées entre elles. Par exemple, la vitesse est reliée à la distance parcourue et au temps de parcours : plus on va vite, plus on parcourt une grande distance dans une durée donnée.

Définition

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si on peut passer de l'une à l'autre en multipliant par un nombre (qui reste toujours le même).

Ce nombre s'appelle le **coefficient de proportionnalité**.

On peut également voir la proportionnalité de cette manière :

Définition

Deux grandeurs sont **proportionnelles** quand, **si on multiplie ou divise l'une par un nombre, on multiplie ou divise l'autre par le même nombre.**

Exemple

Si 1 kg de pommes coûte 2 €, alors :

- 2 kg coûtent $2 \times 2 = 4$ €,
- 3 kg coûtent $3 \times 2 = 6$ €,
- 0,5 kg coûte $0,5 \times 2 = 1$ €.

Le prix est proportionnel à la masse.

Remarque

Ce n'est pas parce que deux grandeurs dépendent l'une de l'autre que c'est forcément une situation de proportionnalité !

Par exemple, le nombre de dents qu'un individu a dans sa bouche dépend de son âge, mais ces deux grandeurs ne sont pas proportionnelles.

b. Tableau de proportionnalité

Lorsque deux grandeurs sont proportionnelles, il est pratique de les représenter dans un tableau de proportionnalité :

Masse de champignons (en grammes)	250	500	750
Prix (en €)	3	6	9

×0,012

Il suffit de multiplier un nombre de la première ligne par le coefficient de proportionnalité pour trouver le nombre correspondant dans la deuxième ligne.

II - Comment résoudre un problème de proportionnalité ?

a. Retour à l'unité

Cette technique consiste à calculer, dans un premier temps, la valeur de la deuxième grandeur qui correspond à 1 pour la première grandeur.

Exemple

Une recette indique qu'il faut 360 g de riz pour 5 personnes. Quelle masse de riz faudra-t-il pour 11 personnes ?

Nombre de personnes	5	1	11
Masse de riz (g)	360		

$\div 5$ $\times 11$
 $\div 5$ $\times 11$

- On commence par trouver la masse de riz qu'il faut pour une personne :
 $360 \div 5 = 72$, il faut donc 72 g de riz pour une personnes
- Il suffit ensuite de multiplier pour avoir le nombre de personnes souhaité :
 $72 \times 11 = 792$, il faut 792 g de riz pour 11 personnes.

b. Coefficient de proportionnalité

BD page 79

Le partage de Jacqueline est équitable car le nombre de points est **proportionnel** au nombre d'orques que chacun a tué dans le jeu.

Pour montrer que cette affirmation est vraie, nous pouvons écrire ces données dans un tableau :

Nom	Jaqueline	Maurice	Roger	Total
Nombres d'orques tués	7	5	3	15
Nombre de points	560	400	240	1 200

×80

Pour trouver la valeur du coefficient de proportionnalité, on utilise une opération à trou :

$15 \times \dots = 1\,200$, qui revient à effectuer l'opération $1\,200 \div 15 = 80$.

Pour vérifier que c'est bien une situation de proportionnalité, il faut vérifier que pour chaque personne, le nombre d'orques tués multiplié par 80 donne bien le nombre de points !

▪ $7 \times 80 = 560$

▪ $5 \times 80 = 400$

▪ $3 \times 80 = 240$

c. Propriétés de la proportionnalité

Dans un tableau de proportionnalité, on peut additionner deux colonnes ensemble :

Nom	Jaqueline	Maurice	Roger	Total
Nombres d'orques tués	7	5	3	15
Nombre de points	560	400	240	1 200

$7+5+3 = 15$
 $560+400+240 = 1\,200$

Si on peut additionner les colonnes, c'est parce que la multiplication se distribue sur l'addition (vous verrez en 4ème) : $7 \times 80 + 5 \times 80 + 3 \times 80 = (7 + 5 + 3) \times 80$

III - Pourcentages

Appliquer un pourcentage correspond à une situation de proportionnalité.

En fait, 15% signifie effectivement 15 pour 100, c'est-à-dire 15 de la première grandeur correspond à 100 dans la deuxième. On peut donc remplir la première colonne d'un tableau de proportionnalité :

Une partie	15		...
Le total	100		...

Par exemple quand on dit « au moins 30% des personnes qui ont le coronavirus n'ont pas de symptômes », cela signifie qu'on a le tableau de proportionnalité :

$\times 0,3$	Personnes contaminées qui n'ont pas de symptômes	30	2 730	...
	Total des personnes contaminées	100	7 730	...

Donc s'il y a 7 730 personnes contaminées en France, pour remplir le tableau de proportionnalité on effectue :

$$7\,730 \times 0,3 = 2\,730$$

Il y a donc 2 730 personnes qui ont le virus sans avoir de symptômes.

*En fait, les chiffres du 18 mars recensent 7 730 cas de coronavirus **avérés**. Cela signifie que les personnes comptées ont passé un test pour savoir s'ils étaient infectés, qui était positif. Hors, les gens qui passent le test ont tous des symptômes, donc ils font partie des 70% des gens contaminés qui ont des symptômes.*

Avec ces informations, saurez-vous trouver combien de personnes en France ont le coronavirus sans avoir de symptômes ?

Pour avoir tous les mêmes résultats, nous prendrons comme donnée qu'il y a 64,8 millions d'habitants en France (c'est à dire 64 800 000 personnes).